



琉球大学学術リポジトリ

University of the Ryukyus Repository

Title	インパルス応答に基づくロバスト制御系の設計
Author(s)	玉城, 史朗; 山本, 徹; 山口, 秀行; 山本, 哲彦; 金城, 寛
Citation	琉球大学工学部紀要(44): 31-35
Issue Date	1992-09
URL	http://hdl.handle.net/20.500.12000/11968
Rights	

インパルス応答に基づくロバスト制御系の設計

玉城 史朗* 山本 徹** 山口 秀行***
山本 哲彦**** 金城 寛*****

Design of Robust Controller based on Impulse Response

Shiro TAMAKI Toru YAMAMOTO Hideyuki YAMAGUCHI
Tetsuhiko YAMAMOTO and Hiroshi KINJO

Abstract

We propose two design methods of a robust controller based on the impulse response of the object system. The first method proposed here can treat the weights of the complementary function as a performance index at designing the controller specifications. The second method is a gain-scheduling design technique of the optimal controller parameters under the perturbation given to the controlled system.

Key Words : Robust Control, Sensitivity Function, Complementary Sensitivity Function, Gain-scheduling, Impulse Response, Optimal Digital Control.

1. はじめに

制御系の設計に際しては、システムの正確なモデルを得ることが望まれる。しかし、現実にはシステムの正確なモデルを得ることは困難である。そこで、限られた動特性情報のもとで制御系の設計が可能であることが望まれる。しかし、システムの特性が入力の大さに依存したり、システムのパラメータが変動する場合には、その不確定性に耐えうる制御系（ロバスト制御系）の設計が要求される。ロバスト制御系の設計

法¹⁾は、近年の H^∞ 制御理論等によって、系統的になりつつあるが、計算量が膨大にもものとなるため、実現がたやすくはないという問題点がある。

本論文では、著者らが提案した最適デジタル制御系設計法²⁾を基礎として、2種類の簡便なロバスト制御系の設計法を提案する。第1の手法としては、感度および相補感度を考慮した評価関数を導入し、その最適化を行うことにより制御系の構成を行う。そして、第2の手法としては、システムの変動をある指標で表現することにより、変動の無いシステムの最適パラメー

受付：1992年5月11日

*工学部機械工学科

Dept. of Mechanical Engineering

**大学院工学研究科機械工学専攻

Graduate student, Mechanical Eng.

***日立オートモティブエンジニアリング株式会社

Hitachi Automotive Eng. Co. Ltd.

****工学部共通講座

Eng. Common Course

*****短期工学部機械工学科

Dept. of Mechanical Eng., Jr. College

タから、ロバストなコントローラゲインの調整を行う方法である。最後に、提案する二つの手法を数値シミュレーションにより比較することによりその有効性を検証する。

2. 問題の定式化

単ループのデジタル制御系のブロック線図を Fig. 1 に示す。われわれの目的は、プラントのインパルス応答の情報のみが与えられたとき、制御器 $C(z)$ を適当に設計することにより、閉ループ系が望ましい応答特性を持つようにすることである。ここに、 $H(z)$ は安定であると仮定する。

Fig. 1 に示したブロック線図より、システムの入出力関係は次式で記述される。

$$\begin{cases} y(z) = H(z) u(z) \\ u(z) = C(z) e(z) \\ e(z) = r(z) - y(z) \end{cases} \quad (1)$$

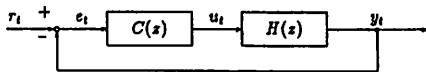


Fig. 1 Feedback control system

ここで、文献 [2] に沿って提案するロバスト制御系の基礎となる設計法を簡単に説明する。このような制御問題に対しては、ユーラパラメトリゼーションによる安定なクラスの制御系の設計³⁾が提案されている。ここでは、古典的な解析的設計法の定式化に従って設計を進める。この手法は、Wiener Filter の設計問題に帰着するため、簡単な設計が可能となる。まず、目標値 $r(z)$ から出力 $y(z)$ までの伝達関数は、

$$y(z) = \frac{H(z)C(z)}{1+H(z)C(z)} r(z) \quad (2)$$

となる (Fig. 2 参照)。ここで、

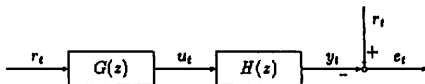


Fig. 2 Open-loop control system

$$\frac{C(z)}{1+H(z)C(z)} = G(z) \quad (3)$$

と置き、次の評価を導入する。

$$J = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \|1-H(e^{j\omega})G(e^{j\omega})\|^2 P(\omega) d\omega + \frac{\gamma}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \|G(e^{j\omega})\|^2 P(\omega) d\omega \quad (4)$$

ここに、 $\gamma > 0$ は入力に関する重みである。また、 $P(\omega)$ は入力のパワースペクトルである。この評価関数を最小にすることにより最適な $G(z)$ が求まり、その結果、フィードバックコントローラは次式

$$C(z) = \frac{G(z)}{1-H(z)G(z)} \quad (5)$$

で実現可能となる。ここで特記することは、システム $H(z)$ が安定であるかぎり、以下で述べる設計手順に従うと、閉ループ系の安定性が保証されることである。次にこの設計手順を具体的に述べる。システムのインパルス応答系列を $h_i (i=1,2,\dots)$ としたとき、その入出力関係は、式

$$y_t = \sum_{i=1}^{\infty} h_i u_{t-i} \quad (6)$$

となる。次に $G(z)$ は IIR 型であるが、ここでは有限なインパルス応答系列で打ち切った FIR 型で実現する。すなわち、制御器 $G(z)$ の次数を p とすると、 $G_p(z)$ は、式

$$G_p(z) = \sum_{j=0}^p g_j z^{-j} \quad (7)$$

で表される。ゆえに、目標値 r_t から出力 y_t までの伝達特性を時間領域で記述すると、式

$$y_t = \sum_{i=1}^{\infty} [h_i, h_{i-1}, \dots, h_{i-p}] \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ \vdots \\ g_p \end{bmatrix} r_{t-i} = \sum_{i=1}^{\infty} h^T(i) g_p r_{t-i} \quad (8)$$

となる。ここで、(4) 式の評価関数は時間領域で表現すると、式

$$J_p = E\{(r_{t-1} - y_t)^2 + \gamma (u_t)^2\} = E\{e_t^2 + \gamma u_t^2\} \quad (9)$$

となる。ここに、 E は期待値操作を表す。また、出力には $t=1$ の遅れが存在するため、目標値にその後れを考慮している。今、目標値信号 r_t を平均 0、分散 1 の正規性白色雑音としたとき、上式の評価関係は次式のように表される。

$$J = 1 - 2g_p^T h(1) + g_p^T \{X(P) + \gamma I_{p+1}\} g_p \quad (10)$$

ここに、

$$X(P) = \left(\sum_{i=1}^{\infty} h(i)h^T(i) \right) \quad (11)$$

と定義し、 I_{p+1} は $(p+1)$ 次元の単位行列を表す。そして、評価関数 J_p を最小にする g_p は $\partial J_p / \partial g_p = 0$ と置くことにより、次の離散時間 Wiener-Hopf 方式の求解に帰着する。

$$\{X(P) + \gamma I_{p+1}\} g_p = h(1) \quad (12)$$

この方程式はテブリッツ構造を有するので Levinson の高速算法を適用することにより次数を逐次更新することによって解くことが可能になる。さらに、最適フィードバックコントローラ $C(z)$ に関しても、そのタップ係数 c_i は逐次的に求めることが可能である。

3. ロバスト制御系設計問題への拡張

ここでは、2章で説明した最適デジタル制御系の設計法を基礎に、パラメータ変動に関してロバストな制御系の構成法を2つ提案する。まず設計法 I としては、評価関数の中に相補感度関数を導入し、システムの変動を間接的に設計指標に取り組む手法である。また設計法 II は、システムの変動の幅を定量的に評価し、その変動を考慮して、最適な制御パラメータのゲイン調整を行う手法である。

[設計法 I]

ここでは、評価関数を次式のように設定する。

$$\begin{aligned} J = & \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \|1 - H(e^{j\omega})G(e^{j\omega})\|^2 P(\omega) d\omega \\ & + \frac{\gamma}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \|H(e^{j\omega})G(e^{j\omega})\|^2 P(\omega) d\omega \\ & + \frac{\gamma}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \|G(e^{j\omega})\|^2 P(\omega) d\omega \end{aligned} \quad (13)$$

ここに、右辺第 1 項は感度関数 $S(z) = 1 / \{1 + H(z) \cdot C(z)\}$ であり、第 2 項は相補感度関数 $T(z) = H(z)C(z) / \{1 + H(z)C(z)\}$ に対応している。さらに、 $\eta > 0$ は相補感度関数に関する重み係数である。この評価関数は、システムの追従特性と変動に対する安定化を確保する指標のトレードオフを考慮しており、2乗評価規範に基づく混合感度問題と解釈できる。(13)式を時間領域で表現すると、式

$$J_p = E\{(r_{t-1} - y_t)^2 + \eta(y_t)^2 + \gamma(u_t)^2\} \quad (14)$$

となる。ここで、目標値 r_t を正規性白色雑音という仮定のもとで (14) 式を計算すると次式を得る。

$$J_p = 1 - 2g_p^T h(1) + g_p^T \{(1 + \eta)X(P) + \gamma I_{p+1}\} g_p \quad (15)$$

上式の最適化を行うと、式

$$\{(1 + \eta)X(P) + \gamma I_{p+1}\} g_p = h(1) \quad (16)$$

となり、設計パラメータ γ, η の設定を行うことにより、ロバストな制御系が構成できる。

[設計法 II]

ここでは、最適制御系の設計に用いられたシステムと変動するシステムの比をある設計パラメータとし、変動の無いシステムの最適ゲインを基に、ロバストなコントローラゲインの調整を行う手法を提案する。まず、変動の指標（設計パラメータ）を θ とおき、変動の無いシステムより求まる最適制御パラメータを g_p^0 とする。ここに、変動の指標の上限 θ に関しては、 $|\theta| \leq 1$ を仮定する。すると、(10)式において変動のあるシステムに対する評価関数は次式となる。

$$J = 1 - 2g_p^T \{h(1) + \Delta h(1)\} g_p + \{X(P) + \Delta X(P) + \gamma I_{p+1}\} g_p \quad (17)$$

ここで、 $\Delta X(P)$ 及び $\Delta h(1)$ はシステムの変動を表す。上式の最適化を行うと、式

$$\{X(P) + \Delta X(P) + \gamma I_{p+1}\} g_p = \{h(1) + \Delta h(1)\} \quad (18)$$

となる。ここで、(18)式により

$$(X(P) + \gamma I_{p+1})^{-1} h(1) = g_p^0 \tag{19}$$

が成立する。また、 θ に関する仮定より $|\Delta X(P)|^2 = 0$ が成立するので、(19)式は

$$\begin{aligned} g_p &= [X(P)(I + X(P)^{-1} \Delta X(P))]^{-1} \{h(1) + \Delta h(1)\} \\ &= (I + X(P)^{-1} \Delta X(P))^{-1} X(P)^{-1} \{h(1) + \Delta h(1)\} \\ &\doteq (I - X(P)^{-1} \Delta X(P))^{-1} \{h(1) + \Delta h(1)\} \end{aligned} \tag{20}$$

となる。ここに、 $X(P)$ のスペクトル半径を ρ とおくと、上式は次のように評価できる。

$$\begin{aligned} &\{I - X(P)^{-1} \Delta X(P)\} X(P)^{-1} \{h(P) + \Delta h(P)\} \\ &\doteq \{I - X(P)^{-1} X(P)\theta\} \{g_p^0 + \Delta g_p^0\} \\ &\doteq (1 - \theta / \rho) \{g_p^0 + \Delta g_p^0\} \end{aligned} \tag{21}$$

ここに、 $g_p^0 = X(P)^{-1} h(P)$ 、 $\Delta g_p^0 = X(P)^{-1} \Delta h(P) \doteq X(P)^{-1} \theta h(P)$ で計算される。すなわち、変動のあるシステムのパラメータは、 $g_p = (1 - \theta / \rho)(1 + \theta) g_p^0$ として算出可能となる。

4. 数値例

提案する手法の有効性を確認するため数値シミュレーションを行った。

それぞれの設計法で基本的設計の対象とするシステムは次のように設定した。

$$G_0(z) = \frac{0.015 z^{-1} - 0.005 z^{-2}}{1.0 - 1.75 z^{-1} + 0.76 z^{-2}} \tag{22}$$

システム G_0 に対して、設計法 I および II によりロバスト制御系を構成した後、次式で与えられるシステム

$$G_1(z) = \frac{0.015 z^{-1} - 0.005 z^{-2}}{1.0 - 1.85 z^{-1} + 0.855 z^{-2}} \tag{23}$$

に対し、目標のステップ状変化を追従する制御性能の比較を行った。Fig.3 はシステム G_1 のステップ応答である。Fig.4、Fig.5 に、設計法 I および II による制御結果を示す。この結果より、両設計法とも良好な制御性能を有していることがわかる。なお、ここでは示していないが、システム G_0 から求まる最適制御系を用いてシステム G_1 を制御したときは、振動的な応答結果が得られた。

5. まとめ

本論文は、インパルス応答に基づく最適制御系の設計法を基礎として、パラメータ変動に対してロバストな制御系を設計することを提案した。設計法 I では、感度および相補感度関数を考慮した評価関数を導入し、その最適化を行うことにより、制御系の構成を行った。設計法 II では、システムの変動をある指標で表現することにより、変動の無いシステムの最適パラメータから、ロバストなコントローラゲインの調整を行った。ここで得られた結果として、設計法 I では、コントローラのロバスト性を得るために重要な因子は、相補感度関数の重み係数 η より制御入力の重み係数 γ である。さらに、 η の値を変化させることによって制御対象のオーバーシュートを低減させることが可能となる。また、設計法 II においてコントローラにロバスト性を持たせるために重要な因子は、重み係数 γ ではなく、変動の幅を示す指標 θ である。ここで、変動の幅 θ は、設計に用いたシステムと、変動した制御対象のシステムのインパルス応答の最大値の比が設計パラメータ θ の目安となる。

なお、設計パラメータである変動の幅や相補感度関数の重み係数に関する決定法については、明確な指針が得られておらず、検討を行っている最中である。さらに、感度関数、相補感度関数に対する周波数重みを考慮することにより、詳細な設計が可能となることが期待される。

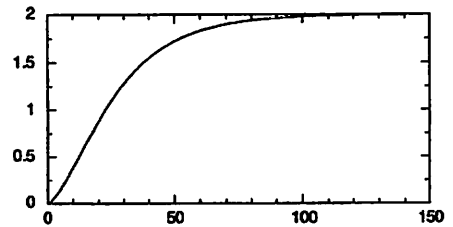


Fig. 3 Open-loop step response

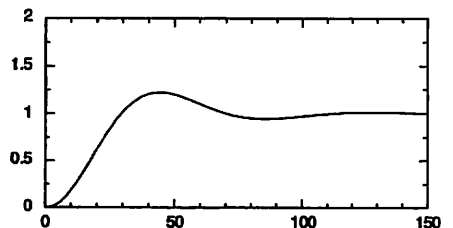


Fig. 4 Response of proposed method I

参考文献

- 1) 計測と制御 : Vol.29, No.2, (1990)
- 2) 玉城他 : 計測自動制御学会論文集, Vol.22, No. 9, 921/927(1986)
- 3) D. Youla et al. : IEEE Trans AC-21-1, 3/13, (1976)

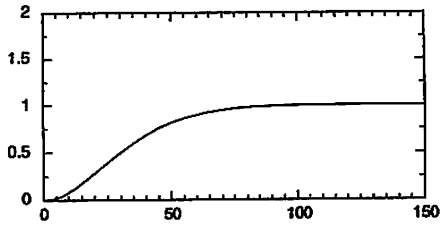


Fig.5 Response of proposed method II