



Title	ハイブリッドストレスモデルによる鉄筋コンクリート構造物の非線形解析
Author(s)	伊良波, 繁雄
Citation	琉球大学工学部紀要(30): 1-11
Issue Date	1985-09
URL	http://hdl.handle.net/20.500.12000/17667
Rights	

ハイブリッドストレスモデルによる 鉄筋コンクリート構造物の非線形解析**

伊良波 繁 雄*

Non-Linear Analysis of Reinforced Concrete Structures Using the Hybrid Stress Model

Shigeo IRAHA

SYNOPSIS

In this paper, the hybrid stress model is applied to limit analysis of reinforced concrete structures. The limit analysis is performed by using an incremental procedure. Non-linear effects of concrete tensile cracking, crushing, shear slipping and material stress-strain resposns are considered. For numerical examples, Elastic analysis of contilever beam, a limit analysis of concrete block and analysis of reinforced concrete beam are performed.

Key Words:Limit Analysis, Hybrid Stress model, FEM, Reinforced Concrete.

1. 序 論

鉄筋コンクリート構造への有限要素法の適用は1967年の Ngo-Scodelis 等の研究¹⁾が最初であった。この研究では、鉄筋とコンクリートとの付着をポンドリンクの要素を用いて、斜めひびわれと曲げひびわれを有する単純ばりの解析が行なわれた。この研究以来、コンクリートのひびわれ進展、鉄筋の降伏、鉄筋とコンクリートの付着、ひびわれ面でのせん断力の伝達、コンクリートの非線形応力・ひずみ特性等を考慮に入れた解析法に関する研究²⁾が多数行なわれた。

有限要素法でひびわれを表現する方法は、要素内に一様にひびわれが発生すると仮定する分布ひびわれと要素境界の分離でひびわれを表現する離散ひびわれがある。分布ひびわれは、ひびわれが多数発生した時に便利であるが、ひびわれ幅とひびわれ間隔が求められない。離散ひびわれは要素境界面の分離によって、新しい節点が増えるために、プログラムの複雑化と計算

量の増加を伴うが、ひびわれ幅を求めることができる。川井によって提案された剛体バネモデル³⁾は要素境界でひびわれを表現しているが、節点が要素重心にあるため、ひびわれが生じても自由度の増加はない。剛体バネモデルは上田等⁴⁾によって、鉄筋コンクリート構造物の極限解析に応用された。数値計算例は、少数の要素で崩壊荷重および崩壊形態が求まることを示している。

本報告で用いているハイブリッドストレスモデルも要素境界でひびわれを表現する型で、図-1に示すように辺中央に節点があるために、すべり破壊や引張破壊の取扱が簡単である。前報⁵⁾⁶⁾ではハイブリッドストレスモデルを用いて、コンクリートブロックの支圧強度解析、斜面上の基礎の支持力の問題、鉄筋コンクリートはりのせん断破壊の解析に応用した。本報告では、ハイブリッドストレスモデルを鉄筋コンクリート構造物の極限解析に応用する方法を示す。解析は増分法を

受付：1985年4月30日

* 琉球大学工学部土木工学科

** 本論文の内容の一部については第7回コンクリート工学年次講演会において発表

用いている。コンクリートの非線形挙動としては、引張破壊、圧縮破壊、すべり破壊、応力ひずみ特性等を考えている。解析例としては、片持ばりの弾性解析、平板、デーブピーム、コーベル等の極限解析例を示した。

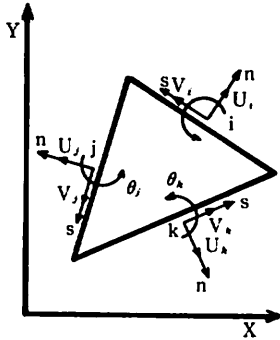


図-1 ハイブリッドストレス要素

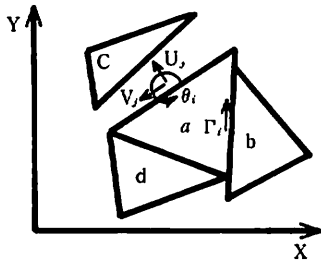


図-2 要素 a の境界の破壊状況

2. 解析方法

前報⁹⁾で示したように、図-2の要素 a の剛性マトリックスは

$$\begin{bmatrix} [K_{11}] & -[K_{12}] \\ [K_{12}] & [K_{22}] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} [K_{21}] \\ \langle \bar{F}^L \rangle \end{bmatrix} \{u\} = \bar{F} - [K_{12}] \quad (1)$$

で示される。ここで、 $[K_{11}]$ は要素境界に破壊が生じてない時の剛性マトリックスで、 $[K_{12}]$ 、 $[K_{22}]$ 、 $[K_{21}]$ は要素境界に引張破壊、圧縮破壊、すべり破壊が生じている時に必要となるマトリックスである。 $\langle \bar{F} \rangle$ は外力で、 $\langle \bar{F}^L \rangle$ は引張破壊に伴う応力解放または軟化を考慮する時の調整力である。鉄筋コンクリート構造物の極限荷重は式(1)を用いて、荷重増分法で求めることができる。ここで用いている荷重増分法は山田の方法である。山田の方法では、増分前の応力度を σ_{i-1} とし、荷重増分 ΔF_i に対して応力増分 $\Delta \sigma_i$ を求める。

つぎに、各境界線ごとに $\sigma_{i-1} + \gamma \Delta \sigma_i$ が降伏条件に達する時の γ を求め、最小の γ を γ_{min} として、この段階での応力状態を $\sigma_{i-1} + \gamma_{min} \Delta \sigma_i$ とする。次の段階では γ_{min} が求めた境界線を降伏した境界線として、降伏を考慮した剛性マトリックスを作成する。以上を構造物が崩壊するまで、くり返し計算を行う方法が山田の方法である。

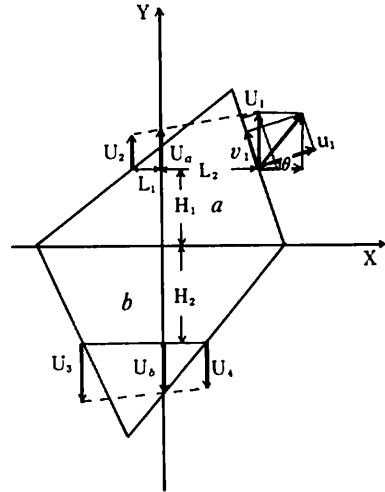


図-3 変位からひずみの計算

つぎに、コンクリートの軟化の計算を行う時に、要素境界ひずみ ϵ_n が必要となるが、ここで、 ϵ_n を求める方法を述べる。まず、図-3に示すように、要素境界の辺中央を原点とする直交座標系 X Y を設定する。そして、要素境界変位 u_i, v_i より Y 軸方向の変位 U_i を求めれば

$$U_i = u_i \cos \theta + v_i \sin \theta \quad (2)$$

となる。ここで、 θ は図-3に示すように座標軸 X と要素境界に垂直な線との交角である。同様な方法で U_2, U_3, U_4 を求める。つぎに、 $X=0$ 上の Y 軸方向の変位 U_a は、 U_1 と U_2 間の変位が直線的に変化していると仮定すれば

$$U_a = (L_1 U_2 - L_2 U_1) / (L_1 - L_2) \quad (3)$$

となる。同様に U_3, U_4 より U_b を求める。そして、要素境界の直ひずみ ϵ_n を

$$\epsilon_n = (U_1 - U_2) / (H_1 + H_2) \quad (4)$$

と定義する。

要素境界を分離して引張破壊や圧縮破壊を表現するモデルでは、応力解放の途中で、分離面に囲まれた領域ができる場合がある。このような領域ができると、

この領域の変位は急激に増大し、解析不能になってしまう。このため、変位が増大した時は増分する直前の状態に計算をもどして、この領域の剛性を小さい値に置き換えて再度計算を行っている。なお、計算では除荷、ひびわれ面の閉じる現象は考慮に入れてない。

つぎに、要素分割の方法について述べる。要素境界で破壊を表現するモデルは、破壊面が限定されているので、実験での崩壊パターンと要素分割に大きな違いがあると、良い解析結果が得られない。このために、実験結果があれば、それを利用して要素分割を行う。もし、実験結果がなければ、できるだけ、要素分割を細かくし、要素境界面の向きを変えて、何ケースかの解析を行い、最良の解を見つける。

3. 材料のモデル化

ハイブリッドストレスモデルでは要素境界に垂直な応力 (σ_n) と平行な応力 (τ_{ns}) だけで破壊条件を決めているため、要素内で破壊を考慮する方法とはモデル化が多少異なる。ハイブリッドストレスモデルではコンクリートの破壊として、すべり破壊、引張破壊、圧縮破壊を考えている。コンクリートの強度は多軸圧縮応力場では増加するが、ここでは、単に圧縮強度が増加すると考えられる場所の一軸圧縮強度の割増しを行うこととした。鉄筋は平面要素を用いているので、せん断力の伝達が可能である。なお、鉄筋とコンクリートの付着は完全付着を仮定した。

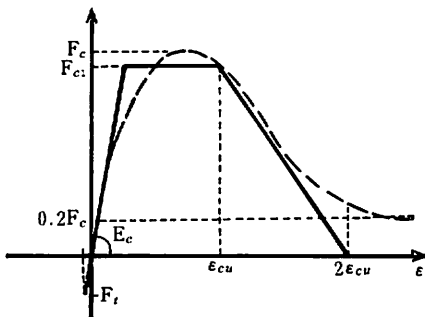


図-4 コンクリートの応力ひずみの曲線

3-1 コンクリート

コンクリートの一軸圧縮試験での応力ひずみ曲線は図-4の破線のようになる。本報告では、圧縮側の応力ひずみ関係をバイリニアで表わし、限界ひずみ ϵ_{cu} (= 0.3%) の時に圧縮破壊とし、それ以後は $2\epsilon_{cu}$ まで直線的に低下すると仮定した。引張側では、引張強度に達

すると同時に、すべての応力を解放すると仮定した。コンクリートは引張破壊を起しても、ひびわれ面で、せん断力の伝達が行なわれるが、伝達されるせん断力の大きさは、ひびわれ幅が増加するにつれて急激に減少する。なお、本報告ではせん断力の伝達を無視している。

コンクリートのせん断強度はコンクリート構造物の設計において、圧縮強度、引張強度に比較して重要度が低く、そのために、せん断強度試験方法も未だ確立されてない。しかし、プレキャスト部材の接合部、コンクリートダム断面、打継面等のようにせん断強度が必要となる場合もある。本報告では、すべり破壊の条件式として、Cowan⁷⁾の提案した式

$$\tau_{ns} = \tan 37^\circ \sigma_n + 0.249 F_c \quad (5)$$

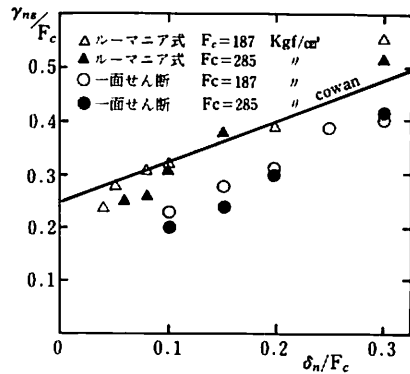


図-5 垂直応力が変化した場合の一面せん断強度

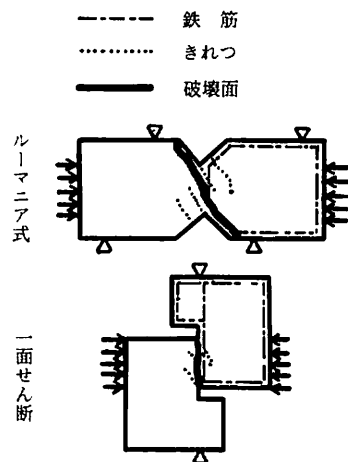


図-6 せん断試験

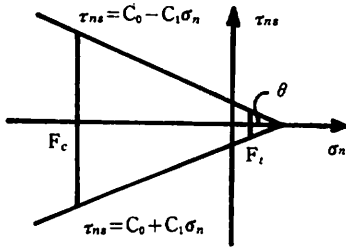


図-7 コンクリートの降伏破壊曲面

を用いている。東等⁹⁾のせん断試験と式(5)を比較したのが図-5である。図-5でCowanの式は実験値と比較して垂直応力度が低い時は少し高目となっているが、垂直応力度が高くなると平均的な値を示している。なお、破壊性状は図-6に示すように、ルーマニア式試験法では破壊面と試験面とは一致せず、一面せん断試験では、ほぼ一致している。コンクリートの降伏破壊曲面は図-7に示す。

3-2 鉄筋

鉄筋の応力・ひずみ関係は軸力については、図-8に示すように完全断塑性体とし、せん断力についても完全弾塑性体として、 $\tau_{ns} = F_v / 2$ の時に降伏すると仮定する。

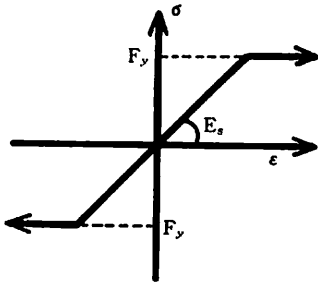


図-8 鉄筋の応力・ひずみ関係

4. 数値計算例

4-1 片持ばりの弾性解析

本報告で使用している三角形ハイブリッドストレス要素の特性を知るために、片持ばりの解析を行った。Cook⁹⁾はハイブリッドストレスモデルにおいて、要素

境界に線形の変位場、応力場として

$$\sigma_x = \beta_1 + \beta_2 Y, \quad \sigma_y = \beta_3 + \beta_4 X, \quad \tau_{xy} = \beta_5 \quad (6)$$

を仮定し、頂点に2自由度を持つ四辺形要素を導いた。しかし、この要素は座標軸の取り方によって、剛性が異なると云う欠点を持っている。そこで、剛性計算を要素に固定した直交座標系で行う要素を提案した。これはHL要素と呼んでいる。このHL要素の特性を見るために、Cookは図-9の片持ばりの解析を行った。図-9は要素分割がN=4の図で、本報告で使用している三角形ハイブリッドストレス要素の要素分割は図-10に示す。図-11はA B線に垂直な応力の分布を示した。この片持ばりの厳密解はわかってないので、HLを用いて細かいメッシュ(N=16)で解いたものを正解な値とすれば、本報で用いている要素はかなり良い結果を示している。しかし、変位については、表-1に示すように精度が悪い。

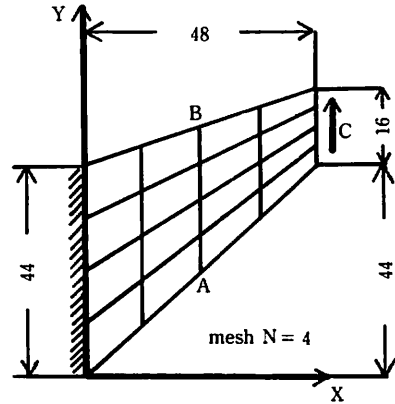


図-9 先端部に荷重を受ける片持ばり (E=1.0, ν=1/3)

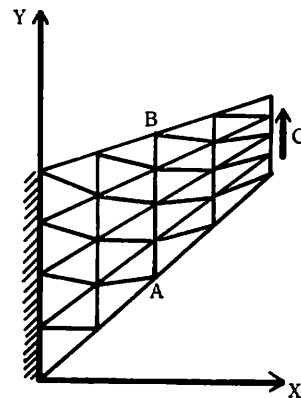


図-10 要素分割

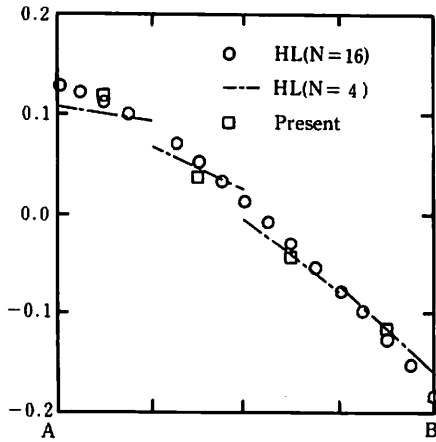


図-11 A B線上の垂直応力

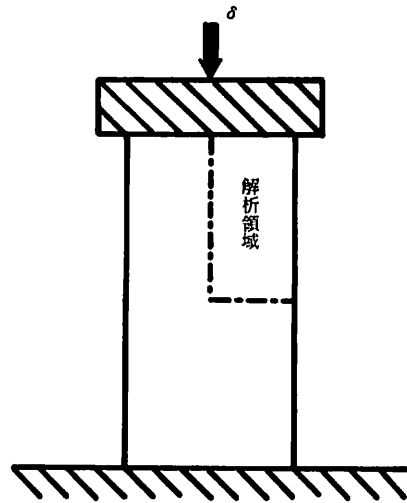


図-12 平板の圧縮強度解析

表-1 C点でのY方向変位

HL(N=4)	HL(N=16)	Present
22.03	23.81	14.19

4-2 コンクリート板の一軸圧縮強度解析

ハイブリッドストレスモデルによる平板一軸圧縮強度解析を行った結果を示す。コンクリートの引張強度 (F_t) とヤング係数 (E_c) はそれぞれ次式¹⁰⁾より求めた。

$$F_t = 8 + 0.06 F_c \quad (6)$$

$$E_c = 2.1 \times 10^5 \times (\gamma/2.3)^{1.5} \sqrt{F_c/200} \quad (7)$$

ここに、 F_c : コンクリートの圧縮強度 (kg f/cm^2), γ = コンクリートの気乾比重である。なお、計算では $\gamma = 2.3$, ポアソン比を0.2とした。すべり破壊の条件式としては式(5)を用い、圧縮側には制限を設けてない。したがって、破壊は引張破壊かすべり破壊が生じる。解析対象はたて: 40cm, よこ: 20cm, 厚さ: 1cmの平板で図-12に示すように、上方から載荷板を通して、鉛直荷重を受けている。解析では対象性を利用して、1/4のみを用いており、図-13には要素分割を示した。コンクリート強度は200 kg f/cm^2 , 300 kg f/cm^2 , 400 kg f/cm^2 とし、試験体端部の境界条件は固着と摩擦なしとし、解析は、これらを組合わせて6ケースについて行った。

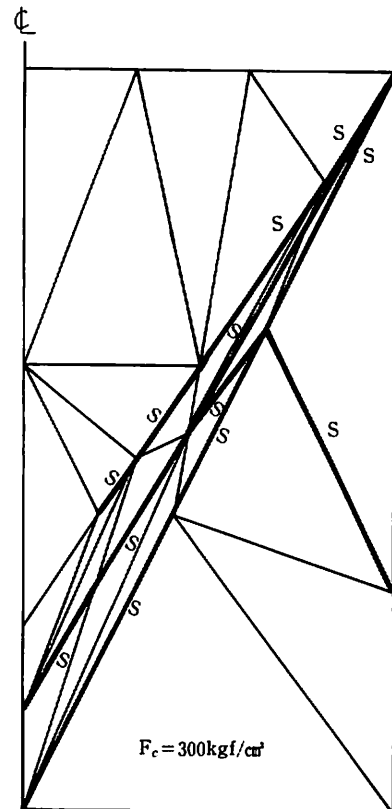


図-13 要素分割と破壊パターン (固着)

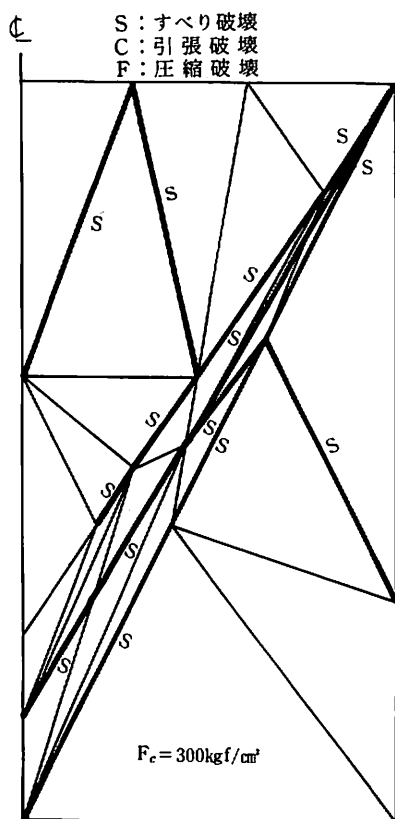


図-14 要素分割と破壊パターン
(摩擦なし)

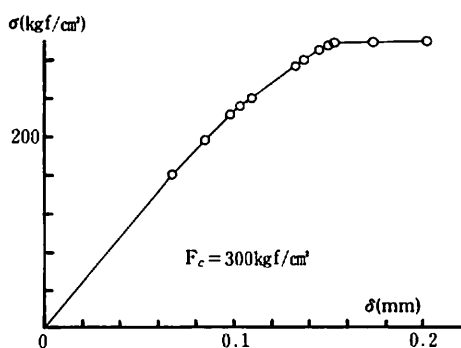


図-15 荷重-変位曲線 (固着)

解析結果は表-2に示すように、摩擦による強度の差は現われてない。この原因は、図-13、図-14に見られるように、摩擦によってすべり線の型が違うが、最終的には、くさび型のすべり線を形成しているから

表 2 コンクリート板の強度

	コンクリート強度 (kgf/cm ²)		
	200	300	400
固着	199.7	299.5	399.4
摩擦なし	199.7	299.5	399.4

である。したがって、要素分割が粗いにくさび型のすべり破壊のみが生じ、摩擦なしの時に見られるたてびびわれが発生しなかったために、摩擦の影響は現われなかったと思われる。また、表-2に示すように、仮定したコンクリート強度と板の強度は良く一致している。図-15に強度が300kg f/cm²、境界条件が固着の時の荷重・変位曲線を示した。なお、他のケースでも、図-15と同じ傾向を示している。

4-3 デイプビームの解析

せん断スパン比が1.0以下のはりを、デイプビームというが、これは通常のはりとは異なった破壊機構¹⁰⁾を示す。デイプビームの一般的なせん断破壊形態は、まず、載荷点と支持点を結ぶ線のやや下側に斜めひびわれが発生し、アーチ状のコンクリートを引張鉄筋で結んだタイドが形成される。そして、最終的には、引張鉄筋の定着破壊、支点部近くのコンクリートの支圧破壊、アーチ頂部のコンクリートの圧壊、アーチリブ部のコンクリート圧壊、引張鉄筋の降伏による曲げ破壊などが起こって部材は破壊する。

ここで解析したはり¹¹⁾は、せん断スパン比 (a/d) が1.0で、単調に三等分点集中載荷されたせん断補強のない矩形はりである。実験では斜めひびわれ発生後、ウェブコンクリートが圧壊して破壊にいたる曲線的なデイプビームのせん断破壊を示した。試験体の詳細図を図-16に示す。主鉄筋は引張鉄筋として#5鉄筋を2本、圧縮鉄筋として#3鉄筋を2本使用している。引張および圧縮鉄筋の降伏点は、それぞれ3178kg f/cm²と3536kg f/cm²である。コンクリートの圧縮強度は203kg f/cm²で曲げ強度は33.0kg f/cm²である。実験によれば、破壊荷重は21.8tで、破壊性状はウェブコンクリートの圧壊であった。図-17は破壊後のはりの状況で、図中の黒い部分は破壊した部分であり、アーチリブに相当するコンクリートが圧壊していることがわかる。

解析はコンクリートの軟化を考慮する場合と考慮しない場合の2ケースについて行った。構造物中のコンクリート強度は締固め、養生のために、円柱供試体の一軸圧縮強度よりも低下する。このために、構造物中

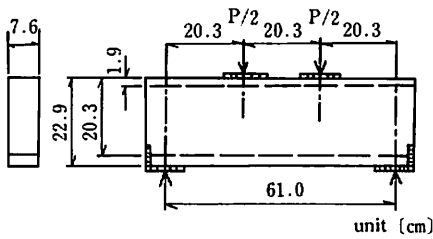


図-16 試験体の詳細図

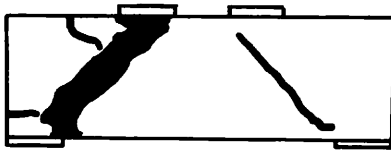


図-17 破壊時のひびわれパターン

のコンクリート強度は円柱強度の85%と仮定する。また、コンクリートは3軸圧縮応力を受けると、強度が増加するために、3軸圧縮応力状態となる載荷板付

近¹²⁾のコンクリート強度は円柱強度と同じ値とする。

コンクリートの軟化を考慮しない場合について述べる。ウェブコンクリートに斜ひびわれが発生した時の荷重は7.16 tで、25.68 tの時にはスパン中央の上部コンクリートが圧壊した。25.86 tの時にスパン中央の引張鉄筋が降伏し、つぎに、図-18の載荷板右端からスパン中央間の圧縮鉄筋およびスパン中央付近の引張鉄筋が降伏した。その後、支点上のコンクリートのせん断破壊や圧縮破壊が発生し、たわみが急激に増加した。最高荷重は29.81 tであるから、実験よりも高目となった。なお、荷重-たわみ曲線は図-19、崩壊時のひびわれパターンは図-18に示した。図-18からは、載荷板と支点を結ぶストラットが形成され、ストラットの圧壊によってはりが破壊したことを示している。

コンクリートの軟化を考慮した場合は24.11 tまでは軟化を考慮しない時とまったく同じである。24.68 tの時に支点上のコンクリートが圧壊し、以後、軟化により荷重が減少する一方である。崩壊時のひびわれパターンは図-20、荷重-たわみ曲線を図-21に示す。図-20は載荷板と支点を結ぶストラットの圧縮破壊が起ったことを示している。崩壊荷重はコンクリートの軟化

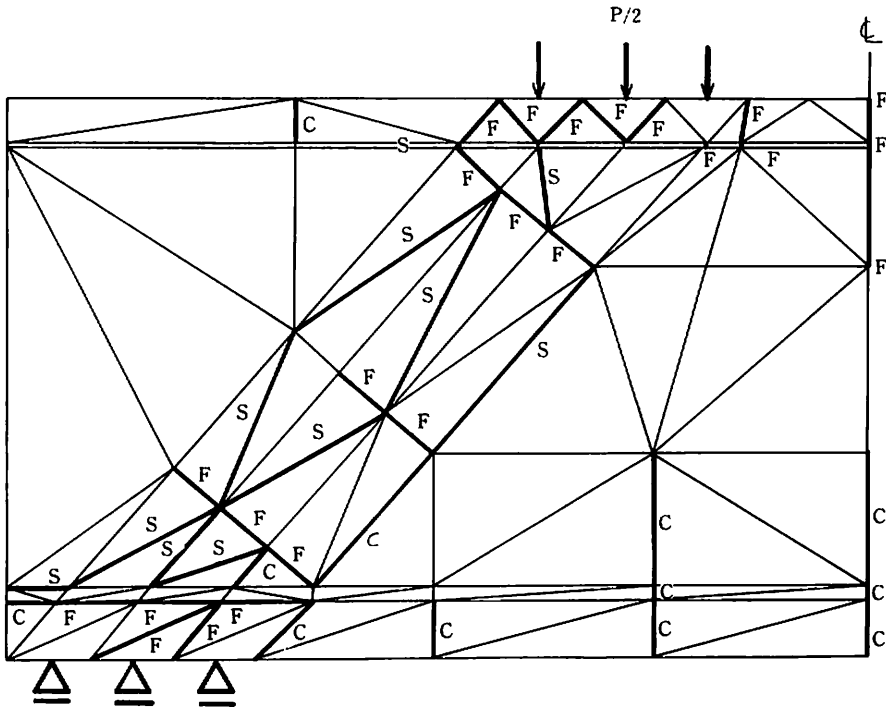


図-18 要素分割と破壊パターン (軟化なし)

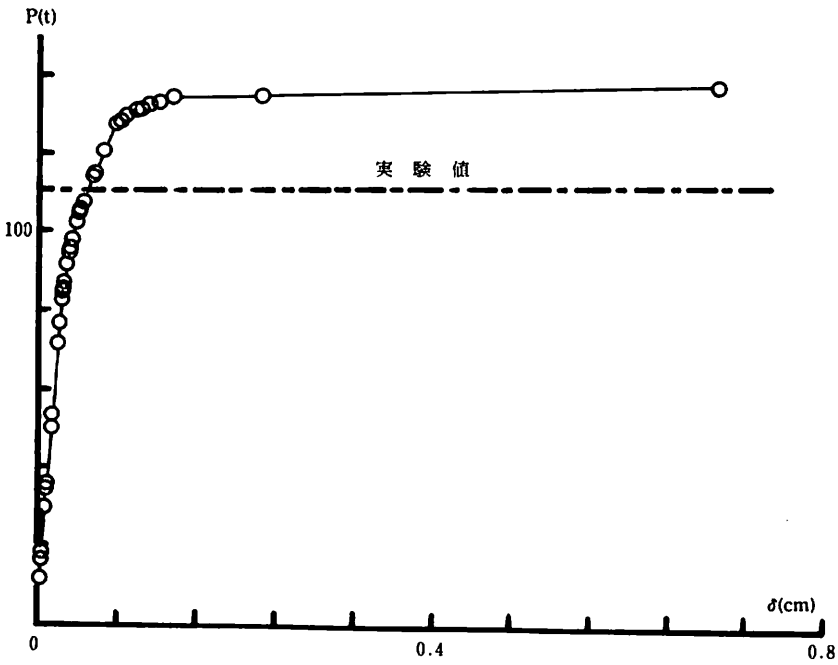


図-19 荷重-たわみ曲線（軟化なし）

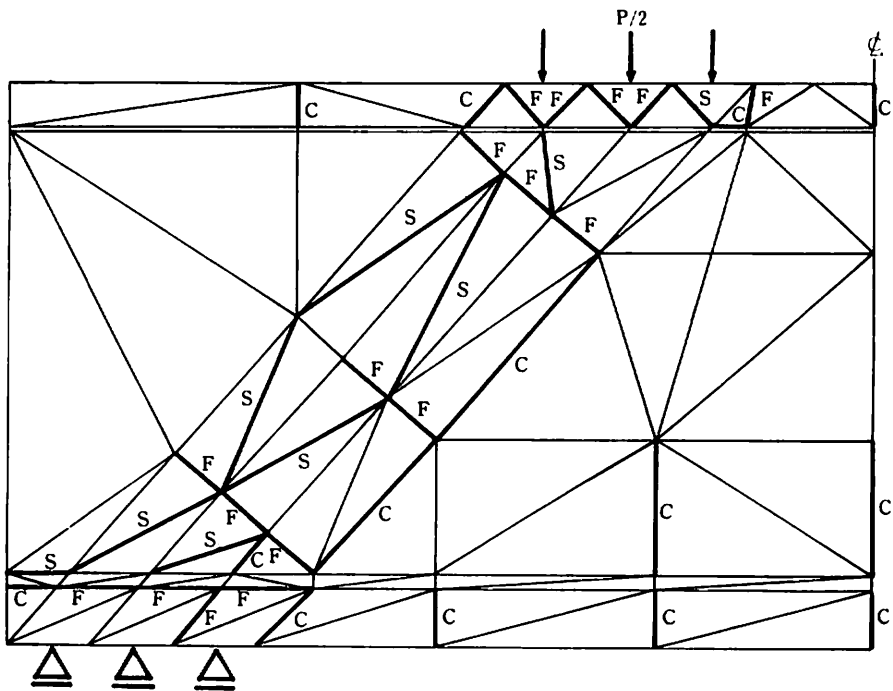


図-20 要素分割と破壊パターン（軟化あり）

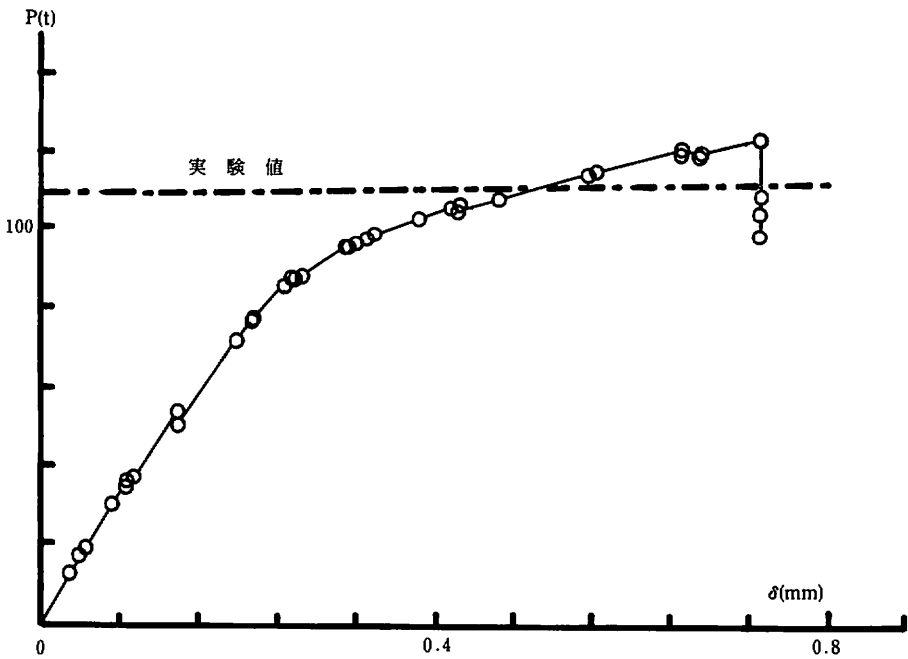


図-21 荷重-たわみ曲線 (軟化あり)

を考慮したため実験値に近づいている。しかし、変位量が小さく、急激な破壊となっている。コンクリートの軟化を考慮する場合と考慮しない場合の崩壊メカニズムは同じでも、前者がねばりのある崩壊に対し、後者はねばりのないぜい性破壊となった。なお、軟化を考慮した場合は鉄筋の降伏はなかった。

ハイブリッドストレスモデルによる解析では対称性を利用して、図-23に示すように1/2のみを用いている。鉄筋は図-23に示すように、引張鉄筋と柱部材の主筋のみを考慮に入れ、他の鉄筋は無視した。なお、部材のコンクリート強度は円柱強度の85%として計算した。

4-4 コーベルの解析

鉄筋コンクリートコーベルは柱部材とスパンの短い片持ばりより成る部材で、橋台、橋脚、擁壁、プレキャスト部材のはりと柱の結合部、などに見られる構造型式である。ここでは、原¹³⁾等によって行なわれた実験の内、 $a/d=0.3$ 、 $P_{st}=0.84\%$ の試験体の解析を行った。試験体は図-22に示すように、対称荷重を受けている。鉄筋の降伏点はD13が 33.25 kg f/mm^2 、D16が 38.48 kg f/mm^2 である。コンクリートの圧縮強度は 240.5 kg f/cm^2 である。実験では主鉄筋位置の付近まで約 45° の傾きで隅角部よりひびわれが発生した。このひびわれは、その後、鉛直方向に進展しアーチ状のリップが形成されたように見えた時に、進展が止まった。終局耐力は 36.3 t であった。

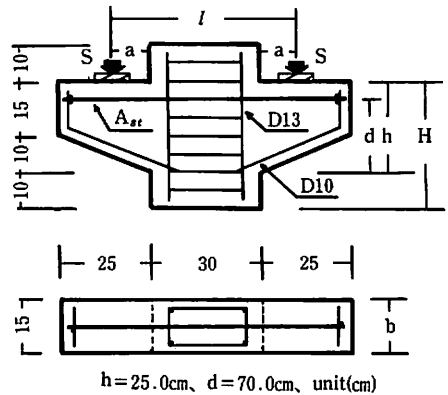


図-22 試験体の詳細図

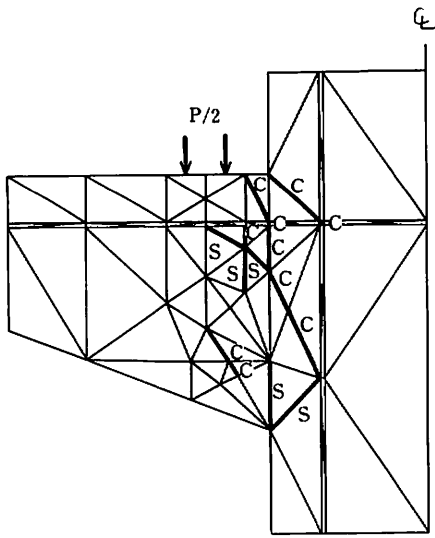


図-23 要素分割と破壊パターン

数値計算によると、最初に生じたひびわれは実験と同じように隅角部で45°方向であった。つぎに、片持ばり固定部の腹部にひびわれが発生し、34.42 tの時は柱内部の引張鉄筋が降伏した。つぎに、片持ばり固定部の下部に鉛直方向のすべり破壊が起こり、ついで、固定端付近の引張鉄筋の降伏が起り、内部ひびわれが載荷板の右端に貫通した。荷重が42.57 tの時に片持ばりと柱の結合部下方が斜め方向にすべり破壊を起こして、最終耐力となった。解析で得られたはりの破壊状況は図-23、荷重-たわみ曲線は図-24に示した。破壊パターンは実験結果と大体一致するが、耐力は少し高目である。

5 むすび

要素境界で破壊を考慮するモデルの一つであるハイブリッドストレスモデルを鉄筋コンクリート構造物の極限解析に応用する方法を示した。今後、解析例を増して、その特性を調べ、改良を行うつもりである。

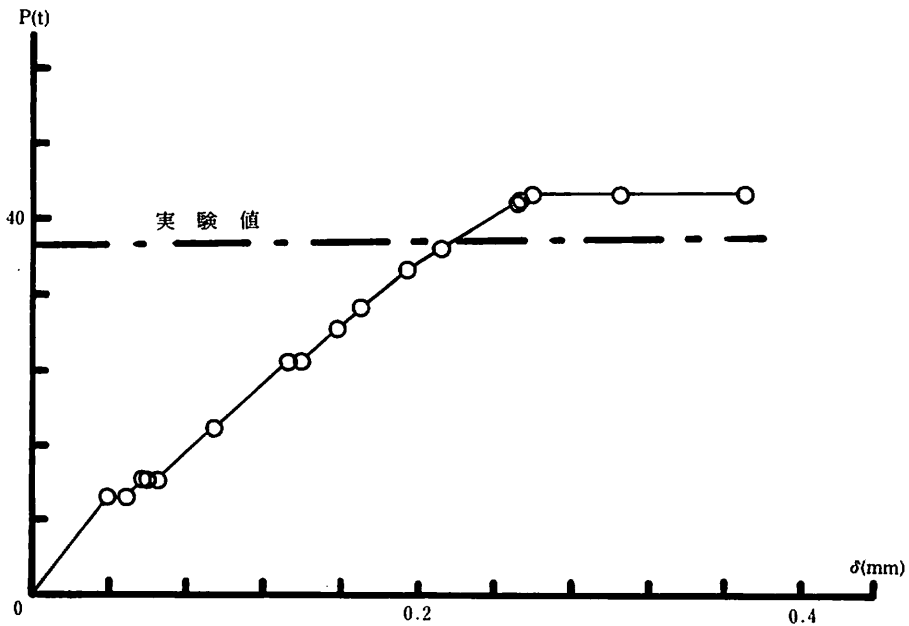


図-24 荷重-たわみ曲線

本報告で得られた結果を要約すると次のようになる。

- 1) 片持ばりの弾性解析の結果から, 本研究で用いているハイブリッドストレスモデルは, 変位については精度が悪いが, 応力の精度は良いことがわかった。
- 2) デイーブビームの解析ではコンクリートの軟化を考慮した場合と考慮しない場合について解析した。耐力については, コンクリートの軟化を考慮に入れた方が実験値に近い結果が得られた。破壊は, 両者とも実験結果と同じで, 載荷板と支点を結ぶストラットの圧縮破壊であった。
- 3) コーベルの解析では, 破壊パターンは大体実験結果と一致しているが, 耐力は実験値よりも少し高目であった。

謝 辞: 本研究にあたり, 御助言をいただいた東京大学生産技術研究所: 川井忠彦教授, 琉球大学工学部: 具志幸昌教授, 上原方成教授, 大城武教授, 和仁屋晴謹助教授, 矢吹哲哉助教授, 数値計算および図面作成に御助力いただいた玉那覇宣雄氏(本学部技官), 金城兵七氏(国場組), 高江洲修氏(日本舗道), 梅木邦隆氏(本学科学学生), 川崎聡氏(本学科学学生)に心から感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) D. Ngo, A. C. Scordelis : finife Element Analysis of Reinforced Concrete Beams, ACI Journal, March 1967, PP152~163
- 2) 野口博, 井上範夫: 有限要素法による鉄筋コンクリート構造のせん断解析用法, RC構造のせん断問題に対する解析的研究に関するコロキウム論文集, 1982年6月, PP77~98
- 3) 川井忠彦編: 生研セミナーテキスト(物理モデルによる連続体力学諸問題の解析), 生産技術研究奨励会, 第3回, 1979年

- 4) 上田眞稔, 毛井嵩博, 川井忠彦: 離散化極限解析法による鉄筋コンクリート構造物の非線形解析, RC構造の有限要素解析に関するコロキウム論文集, 1984年12月12日, PP179~186
- 5) 伊良波繁雄: ハイブリッドストレスモデルによる極限解析(モールクーロンの降伏条件に従う材料について), 琉球大学工学部紀要, 26号, 1983年, PP 1~9
- 6) 伊良波繁雄: ハイブリッドストレスモデルによる非線形構造解析, 琉球大学工学部紀要, 29号, 1985年
- 7) 末永保美, 石丸麟太郎: 組み合わせ応力を受けるコンクリート材の動力学的解析, 日本建築学会論文報告集, No220, 昭和49年6月, PP 1~7
- 8) 東洋一, 大久保全陸, 磯健一: コンクリートのせん断力強度試験法に関する研究(側圧のある場合の比較実験), 日本建築学会大会学術講演梗概集, 昭和53年9月, PP183~184
- 9) R. D. Cook: Improved Two-Dimensional Finite Element, ASCE, ST 9, 1974年, PP 1851~1863
- 10) 小阪義夫, 森田司郎: 鉄筋コンクリート構造, 丸善株式会社
- 11) 日本コンクリート工学協会, 第2回RC構造のせん断問題に対する解析的研究に関するコロキウム解析モデル検証用試験体の実験データ集, 1983年8月
- 12) 二羽淳一郎, 中根宏行, 岡村甫: デイーブビームのせん断耐荷機構のFEM解析による評価, 第4回コンクリート工学年次講演会講演論文集, 1982年, PP241~244
- 13) 原忠勝, 北田勇輔: a/dの小さい鉄筋コンクリート片持部材のせん断破壊に関する実験検討, 第5回コンクリート工学年次講演会論文集, 1983年, PP353~356