



琉球大学学術リポジトリ

University of the Ryukyus Repository

Title	楽器音倍音スペクトルの因子分析 2
Author(s)	山口, 喜七郎; 屋良, 朝夫
Citation	琉球大学教育学部紀要 第二部(28): 51-58
Issue Date	1985-2
URL	http://hdl.handle.net/20.500.12000/1888
Rights	

楽器音倍音スペクトルの因子分析 II

山口喜七郎・屋良朝夫

Factor Analysis of the Harmonic Spectra of the Instrumental Sound II

Kisichiro YAMAGUCHI, Asao YARA*

(Received August 20, 1984)

Summary

The technique of factor analysis is applied to the identification of the tone of sounds of trumpet, flute and oboe.

The wave forms of sample sounds are decomposed with Fourier transform, and transformed to sets of harmonic amplitude spectra. These sets of relative amplitudes of harmonics, which are normalized for each sound, are the data variables, and they are analyzed with the principal factor method.

As a result, although several factors are formally extracted, we can find that the first factor for each instrument, which has the largest contribution, is physically significant and shows the representative pattern of harmonic spectra of the sound of the instrument. Another factor that is oblique to the first factor was obtained for each of these three instruments.

I 緒言

楽器はそれぞれ特徴のある音色を有している。音色と物理的に対応するものとして、音の波形の倍音スペクトルが考えられている。しかし、同一楽器の音でも種々の条件下で作られているので、資料音ごとに、一見、倍音スペクトルの様子は異なる。こうした様子の違ういくつかの倍音スペクトル資料から、その楽器の音色の特徴を代表すると思われる因子スペクトルを、主成分分析の手法を用いて、抽出することを試みた。管楽器のうち、リップリード楽器であるトランペットについては、前報で報告してあるが、今回はエアリード楽器としてのフルート及びダブルリード楽器としてのオボエを対象として扱ひ、寄与の最大の第1因子

スペクトルに加えて、もう1つの因子スペクトルを試行錯誤的に求めることも試みた。資料採取、測定および分析の手順については前報で述べてあるが、念の為、次に簡単に示しておく。

II 測定および分析手順

(1) 各楽器種ごとに、各々2つの楽器を準備して同一奏者に奏してもらい、1つの楽器で、1オクターブにわたり半音を含め13の音を採録する。したがって、各楽器種ごとに、各々26個の音を分析対象資料とした。

(2) これらの音を再生し、シンクロスコープで波形を観察しながら、デジタル・メモリーに記録収容し、1波長にわたり等間隔に256個の電圧数値を読みとり、1波長分波形をデジタルデータに変換する。

(3) 上記データを、電算機を用いて、フーリエ変

* Physics Laboratory, coll. of Educ., Univ. of the Ryukyus.

換し倍音圧スペクトルを求める。測定値の精度等を考慮し、第30倍音以上は切り捨てた。すなわち、各楽器種ごとに、26個の資料音について第30倍音までのフーリエ展開係数

$$[P_{ij}] \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, 30 \\ j = 1, 2, \dots, 26 \end{matrix}$$

を求めた。P_{ij} は第 j 番目資料音の第 i 倍音の音圧相対値である。以後、j を変量番号、i を倍音番号とよぶ。さらに、次のように変量を規格化した。

$$Z_{ij} = P_{ij} / \sqrt{\sum_{i=1}^{30} P_{ij}^2}$$

第 k 番成分のみが1で、他成分はすべて0である単位ベクトル e_k を第 k 倍音ベクトルとし、互いに直交する e_k (k = 1, 2, …, 30) が張る空間を倍音空間とすると、

$$Z_j = (Z_{j1}, Z_{j2}, \dots, Z_{j30})$$

は倍音空間内での単位ベクトルとなっている。

(4) 主成分分析の対象として次のデータ行列を作る。

$$Z = [Z_{ij}] \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, 30 \\ j = 1, 2, \dots, 26 \end{matrix}$$

以下の分析手順は、因子分析の成書にみられるとおりのもので、前報に示してある。Zより変量間相関行列Rを求め、ヤコビ法を用いてRを対角行列Λに変換する変換行列Qを求める。

因子負荷行列は、 $A = Q\Lambda^{-\frac{1}{2}}$ である。抽出される因子数を m とすると、

$$A = [a_{jk}] \quad \begin{matrix} j = 1, 2, \dots, 26 \\ k = 1, 2, \dots, m \end{matrix}$$

$$\Lambda = [\lambda_k \delta_{kl}] \quad k, l = 1, 2, \dots, m$$

k 番目因子における第 i 倍音の因子スコアは、

$$f_{ik} = \frac{1}{\lambda_k} \sum_{j=1}^{26} a_{jk} Z_{ij} \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, 30 \\ k = 1, 2, \dots, m \end{matrix}$$

で与えられる。f_k = (f_{1k}, f_{2k}, …, f_{30k}) は倍音空間における1つの単位ベクトルであり、k番目因子ベクトルとよぶことにする。

III 結果

主因子分析法で普通に考慮する独自因子は無視し、電算機によるRの対角化にヤコビ法を用いたので、数学的には26個の因子をとり出すことができるが、測定精度を考慮し、対角行列Λの対角成分の値、すなわち、因子寄与が、0.01より小さい因子は切り捨てた。

その結果、トランペットについては6個、フルートについては4個、オーボエについては10個の因子が抽出された。寄与最大の第1因子の因子寄与は、トランペットで23.5、フルートで25.1、オーボエで18.2であり、因子寄与総計が26であることを考えると、これら第1因子は、その楽器音色を標識化するに十分に有効な因子であるとみなしてよいものと思われる。

Table 1. Factor Loadings and Contributions for Trumpet

j \ k	FACTOR LOADING					
	1	2	3	4	5	6
1	0.912	0.344	0.123	-0.149	-0.060	-0.090
2	0.912	0.384	0.059	0.125	-0.005	0.032
3	0.978	0.151	-0.049	-0.032	-0.119	-0.016
4	0.962	0.150	0.155	0.039	-0.091	-0.130
5	0.796	0.466	-0.041	0.345	0.169	-0.014
6	0.910	0.038	0.268	-0.291	0.112	0.022
7	0.948	-0.126	-0.258	0.132	-0.009	-0.009
8	0.874	-0.210	0.405	0.159	-0.046	0.038
9	0.964	-0.220	0.059	0.137	0.002	-0.007
10	0.898	-0.147	-0.413	-0.019	0.007	-0.043
11	0.982	-0.151	0.030	0.077	-0.072	0.007
12	0.973	-0.198	0.111	0.004	0.036	0.003
13	0.906	-0.220	-0.063	0.350	-0.059	0.008
14	0.910	0.360	-0.045	-0.115	-0.134	0.082
15	0.992	0.089	-0.012	0.055	-0.024	0.055
16	0.950	0.245	-0.171	-0.046	0.012	0.078
17	0.985	-0.066	-0.111	-0.115	-0.010	-0.013
18	0.986	0.044	0.066	-0.084	0.113	-0.037
19	0.981	-0.015	-0.143	-0.127	0.005	0.023
20	0.982	-0.095	0.162	0.003	0.021	0.012
21	0.974	-0.139	-0.092	-0.150	0.021	0.029
22	0.960	-0.090	-0.226	-0.118	0.052	-0.033
23	0.992	0.012	0.070	0.075	0.070	-0.001
24	0.984	-0.132	0.043	-0.105	0.001	-0.004
25	0.987	-0.153	-0.047	0.008	0.019	-0.007
26	0.966	-0.208	0.131	-0.008	0.005	0.017
FC	23.45	1.09	0.72	0.55	0.12	0.05

* k ; Factor's number
j ; Variable's number
FC; Factor Contribution

Table 2. Factor Loadings and Contributions for Flute

j	k			
	1	2	3	4
1	0.997	-0.030	0.019	-0.002
2	0.997	-0.009	-0.078	0.003
3	0.970	0.185	-0.159	0.001
4	0.981	0.173	-0.084	-0.008
5	0.676	0.721	0.148	0.019
6	0.999	-0.026	-0.007	-0.004
7	0.997	0.032	-0.045	0.039
8	0.998	-0.032	0.046	0.024
9	0.998	0.014	-0.055	0.033
10	0.989	0.118	-0.078	-0.039
11	0.995	0.073	-0.047	-0.042
12	0.990	-0.088	0.096	-0.045
13	0.992	-0.124	0.011	-0.014
14	0.999	-0.032	-0.017	-0.005
15	0.994	0.097	0.018	-0.033
16	0.999	-0.034	0.002	-0.020
17	0.988	-0.084	0.125	0.047
18	0.994	-0.091	0.051	0.024
19	0.989	-0.145	0.021	0.010
20	0.991	-0.129	0.009	0.025
21	0.992	0.013	-0.122	0.026
22	0.998	-0.021	-0.048	-0.006
23	0.994	-0.065	0.079	-0.026
24	0.994	-0.063	0.079	-0.026
25	0.994	-0.105	0.002	0.040
26	0.990	-0.112	0.077	-0.015
FC	25.103	0.728	0.141	0.018

Table 3. Factor Loadings and Contributions for Oboe

j	k									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.809	0.489	0.111	-0.129	0.241	-0.076	-0.021	0.106	0.001	0.007
2	0.636	0.429	0.123	0.614	-0.070	0.084	0.087	0.004	-0.005	0.005
3	0.824	0.423	0.196	-0.198	-0.139	-0.206	-0.004	-0.004	0.053	-0.026
4	0.976	0.108	0.014	-0.049	0.073	-0.097	0.024	-0.013	-0.106	0.084
5	0.826	0.331	-0.440	-0.011	0.022	-0.068	0.049	-0.078	0.013	-0.018
6	0.890	0.239	0.231	0.120	-0.273	0.063	-0.024	0.043	0.034	0.019
7	0.947	0.047	-0.234	0.026	0.066	0.187	-0.051	-0.048	0.004	-0.014
8	0.965	-0.073	-0.209	-0.007	0.021	0.132	0.027	-0.015	0.010	-0.015
9	0.758	-0.637	-0.102	0.056	0.047	-0.055	-0.024	0.011	0.002	0.002
10	0.882	-0.455	0.040	0.038	-0.106	-0.011	0.005	0.029	0.017	-0.010
11	0.845	-0.451	0.241	-0.107	-0.108	0.002	0.006	0.013	0.020	0.009
12	0.798	0.204	0.520	-0.119	-0.116	0.147	0.015	0.027	0.031	-0.002
13	0.672	0.193	0.678	-0.173	0.033	0.099	0.080	-0.061	-0.002	0.020
14	0.724	0.616	-0.184	0.096	0.132	-0.050	-0.153	0.045	0.062	0.052
15	0.834	0.329	0.274	0.118	-0.021	-0.278	-0.114	-0.125	-0.019	-0.031
16	0.754	0.371	-0.456	-0.163	-0.100	0.216	-0.029	-0.028	-0.020	0.016
17	0.834	0.283	-0.420	-0.127	0.000	0.163	-0.056	-0.008	-0.024	-0.034
18	0.945	0.002	0.062	-0.052	-0.285	-0.071	-0.016	0.059	-0.087	-0.021
19	0.828	0.279	-0.397	-0.051	0.090	-0.152	0.204	0.041	0.042	-0.014
20	0.894	-0.136	-0.399	0.029	-0.078	-0.087	0.073	0.017	-0.032	-0.001
21	0.895	-0.442	0.003	-0.009	0.040	0.029	-0.019	-0.002	0.013	-0.005
22	0.846	-0.502	-0.144	0.070	0.012	0.014	-0.011	-0.046	0.043	0.032
23	0.753	-0.631	-0.132	0.059	-0.010	-0.048	-0.088	0.054	0.003	-0.014
24	0.777	-0.613	0.017	0.022	0.122	-0.069	0.006	-0.007	0.002	0.007
25	0.826	0.098	0.424	0.003	0.314	0.094	-0.016	0.044	-0.046	-0.062
26	0.879	-0.301	0.326	-0.043	0.140	0.055	0.052	-0.055	0.015	0.015
FC	18.155	3.806	2.350	0.604	0.465	0.369	0.121	0.061	0.038	0.021

*k ; Factor's number
j ; Variable's number
FC; Factor Contribution

*k ; Factor's number
j ; Variable's number
FC; Factor Contribution

Table 4. Factor Scores for Trumpet
(Amplitudes of Harmonics for
Normalized Factor Vectors)

k i	FACTOR SCORE					
	1	2	3	4	5	6
1	0.5672	-0.2598	-0.4612	0.6261	-0.0775	-0.0141
2	0.5567	-0.3629	0.7339	-0.1182	-0.0437	0.0608
3	0.4960	0.0762	-0.4407	-0.7249	0.1558	-0.0621
4	0.3074	0.7705	0.2240	0.2556	0.4278	-0.1082
5	0.1409	0.3850	-0.0109	-0.0326	-0.6094	0.6312
6	0.0774	0.2058	0.0621	-0.0325	-0.6266	-0.7435
7	0.0359	0.0597	-0.0093	-0.0241	-0.0887	0.0965
8	0.0220	0.0733	0.0038	-0.0071	-0.0915	0.0969
9	0.0108	0.0291	-0.0119	-0.0033	-0.0312	0.0384
10	0.0086	0.0280	-0.0100	-0.0192	-0.0560	0.0946
11	0.0043	0.0063	-0.0001	-0.0017	0.0129	-0.0004
12	0.0042	0.0087	0.0014	-0.0033	-0.0041	-0.0054
13	0.0036	0.0073	-0.0030	-0.0011	-0.0115	0.0037
14	0.0027	0.0043	0.0013	-0.0002	-0.0081	-0.0085
15	0.0019	0.0022	0.0018	-0.0002	-0.0032	0.0019
16	0.0020	0.0022	-0.0001	-0.0025	-0.0064	-0.0031
17	0.0021	0.0027	-0.0015	-0.0018	-0.0033	0.0022
18	0.0014	0.0019	0.0004	-0.0021	-0.0035	-0.0044
19	0.0016	0.0022	-0.0006	-0.0010	-0.0021	-0.0030
20	0.0016	0.0013	-0.0014	-0.0012	-0.0037	0.0010
21	0.0015	0.0010	-0.0019	-0.0019	-0.0013	0.0031
22	0.0013	0.0010	-0.0004	0.0003	0.0002	-0.0054
23	0.0010	0.0009	-0.0006	-0.0021	-0.0014	-0.0028
24	0.0013	0.0018	0.0000	-0.0007	-0.0043	-0.0040
25	0.0011	0.0013	0.0002	-0.0005	0.0025	-0.0024
26	0.0011	0.0006	-0.0007	-0.0006	-0.0008	0.0013
27	0.0011	0.0001	-0.0002	-0.0003	0.0026	0.0027
28	0.0011	0.0001	-0.0003	-0.0002	0.0002	0.0010
29	0.0012	0.0019	0.0003	-0.0006	0.0003	-0.0043
30	0.0012	0.0016	-0.0022	-0.0014	-0.0021	0.0052

*k ; Factor's number
i ; Harmonic's number

Table 5. Factor Scores for Flute
(Amplitudes of Harmonics for
Normalized Factor Vectors)

k i	FACTOR SCORE			
	1	2	3	4
1	0.9802	-0.1971	0.0010	0.0108
2	0.1021	0.4925	0.7585	-0.4143
3	0.1612	0.7978	-0.5730	-0.0677
4	0.0431	0.2767	0.3078	0.8929
5	0.0256	0.0612	0.0249	0.0697
6	0.0147	0.0370	-0.0010	0.1020
7	0.0072	0.0116	-0.0207	0.0785
8	0.0063	0.0095	0.0055	0.0257
9	0.0041	0.0041	0.0103	0.0565
10	0.0033	0.0083	0.0094	0.0004
11	0.0031	0.0026	-0.0001	0.0050
12	0.0020	0.0076	0.0080	-0.0075
13	0.0018	0.0018	-0.0001	0.0028
14	0.0020	0.0031	-0.0045	0.0052
15	0.0019	0.0018	0.0026	0.0221
16	0.0016	0.0025	0.0045	0.0172
17	0.0016	-0.0012	0.0003	-0.0023
18	0.0014	0.0043	0.0050	0.0079
19	0.0014	0.0021	0.0036	0.0059
20	0.0011	0.0043	0.0042	-0.0001
21	0.0011	0.0017	0.0025	-0.0093
22	0.0010	-0.0001	0.0000	-0.0103
23	0.0010	0.0034	0.0054	0.0011
24	0.0011	0.0020	0.0008	-0.0088
25	0.0009	0.0020	0.0058	-0.0058
26	0.0008	0.0018	0.0021	-0.0011
27	0.0009	0.0035	0.0052	-0.0012
28	0.0009	0.0004	0.0015	-0.0036
29	0.0008	0.0012	0.0044	-0.0015
30	0.0008	0.0016	0.0036	-0.0027

*k ; Factor's number
i ; Harmonic's number

Table 6. Factor Scores for Oboe
(Amplitudes of Harmonics for
Normalized Factor Vectors)

i \ k	FACTOR SCORE									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.2889	0.0889	0.3534	0.0312	0.7059	0.0381	0.3182	-0.4070	0.0697	0.0916
2	0.6536	-0.7371	-0.1204	0.0198	-0.0546	-0.0697	-0.0619	0.0527	0.0081	0.0035
3	0.4976	0.4951	-0.5811	-0.2140	-0.0279	0.3368	-0.0154	-0.0948	0.0001	-0.0250
4	0.3494	0.2174	0.6833	-0.3094	-0.4985	0.1154	0.0148	0.0317	0.0467	0.0241
5	0.2030	0.1939	0.2017	0.1879	0.3860	0.0476	-0.4241	0.6178	-0.2689	-0.2544
6	0.1776	0.1703	0.0344	0.8932	-0.2833	0.0715	0.1785	-0.0814	0.1068	-0.0548
7	0.1599	0.1996	-0.1120	-0.1058	-0.0371	-0.6967	0.5352	0.3036	-0.0794	-0.1703
8	0.0905	0.1179	0.0117	0.0558	-0.0982	-0.4284	-0.3985	-0.5012	-0.5504	-0.0115
9	0.0871	0.1559	-0.0090	0.0110	0.0523	-0.4088	-0.4738	-0.1315	0.6752	-0.0067
10	0.0551	0.0853	-0.0300	0.0545	0.0451	-0.1331	-0.0587	0.2249	0.1909	0.6972
11	0.0333	0.0404	-0.0192	0.0413	0.0189	-0.0694	0.0658	0.0330	-0.1478	0.2525
12	0.0264	0.0357	-0.0046	0.0609	-0.0548	0.0114	-0.0307	0.0624	-0.2753	0.4842
13	0.0148	0.0257	-0.0023	0.0133	0.0275	-0.0160	-0.0545	0.0985	0.0292	0.1242
14	0.0144	0.0221	0.0016	0.0166	0.0048	-0.0138	-0.0180	0.0700	-0.0896	0.3047
15	0.0104	0.0136	-0.0023	0.0128	-0.0078	-0.0032	0.0149	-0.0359	-0.0034	-0.0005
16	0.0065	0.0071	-0.0001	0.0041	0.0028	-0.0063	-0.0020	0.0052	0.0042	-0.0147
17	0.0046	0.0044	0.0006	0.0162	0.0041	-0.0016	0.0094	0.0097	-0.0026	-0.0032
18	0.0038	0.0033	-0.0009	0.0004	0.0001	-0.0047	-0.0181	-0.0242	-0.0089	-0.0269
19	0.0035	0.0025	-0.0008	0.0009	0.0036	-0.0052	0.0027	-0.0058	-0.0027	-0.0071
20	0.0036	0.0036	0.0005	0.0015	-0.0005	-0.0088	-0.0103	0.0015	-0.0026	-0.0006
21	0.0030	0.0037	0.0022	0.0098	-0.0031	-0.0072	-0.0068	-0.0048	-0.0054	0.0009
22	0.0026	0.0027	-0.0005	0.0045	0.0002	-0.0039	0.0003	-0.0088	-0.0077	-0.0007
23	0.0029	0.0030	-0.0006	0.0079	-0.0035	-0.0087	0.0021	-0.0138	-0.0158	-0.0043
24	0.0026	0.0027	-0.0007	0.0035	-0.0026	-0.0018	0.0017	0.0067	-0.0150	0.0144
25	0.0025	0.0028	-0.0004	0.0047	-0.0015	-0.0063	0.0057	-0.0074	-0.0077	-0.0046
26	0.0019	0.0023	-0.0004	0.0071	-0.0028	-0.0001	0.0017	-0.0049	-0.0193	-0.0034
27	0.0017	0.0024	-0.0008	0.0013	-0.0024	-0.0002	-0.0008	0.0060	0.0059	0.0034
28	0.0015	0.0021	-0.0008	0.0004	0.0014	-0.0002	-0.0050	-0.0044	-0.0006	-0.0025
29	0.0015	0.0018	-0.0006	0.0028	0.0004	-0.0010	-0.0015	-0.0020	0.0051	0.0021
30	0.0016	0.0018	-0.0008	0.0009	0.0005	-0.0042	-0.0070	-0.0009	0.0008	0.0049

* k ; Factor's number
i ; Harmonic's number

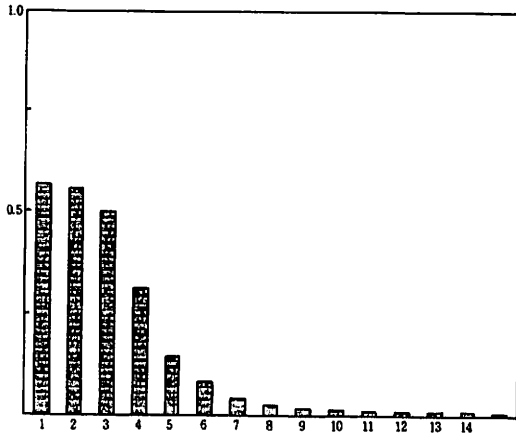


Fig. 1-1 Harmonic spectrum of the first factor for trumpet.

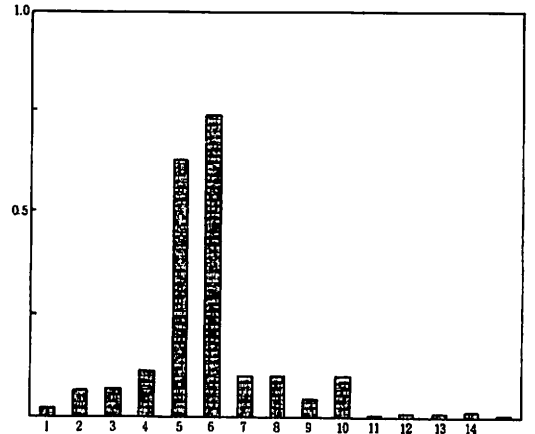


Fig. 1-2 Harmonic spectrum of the second factor for trumpet.

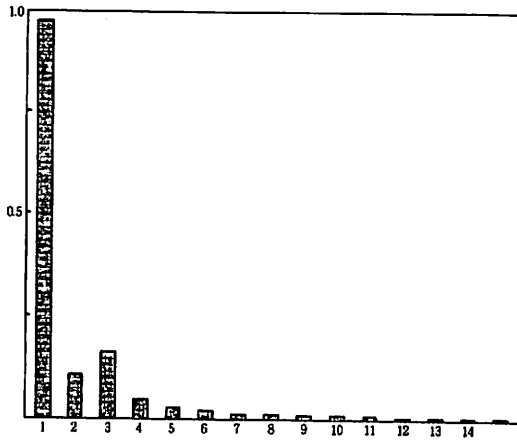


Fig. 2-1 Harmonic spectrum of the first factor for flute.

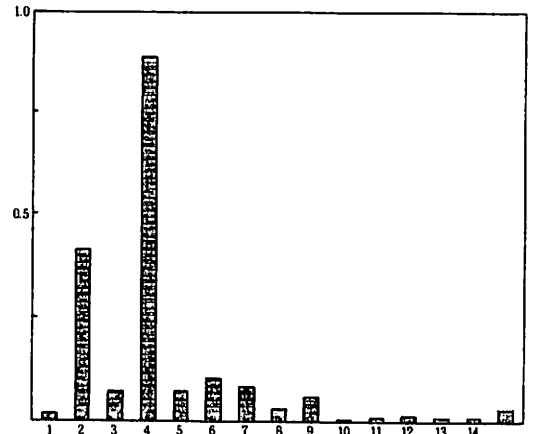


Fig. 2-2 Harmonic spectrum of the second factor for flute.

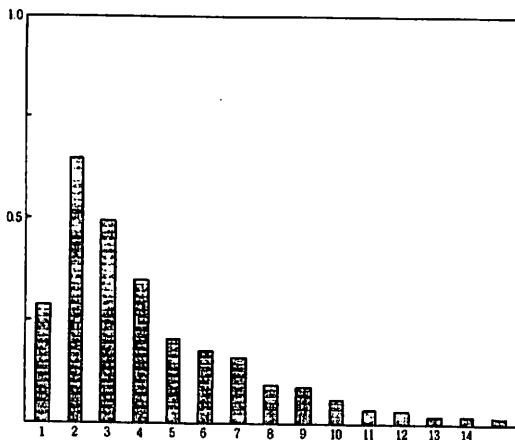


Fig. 3-1 Harmonic spectrum of the first factor for oboe.

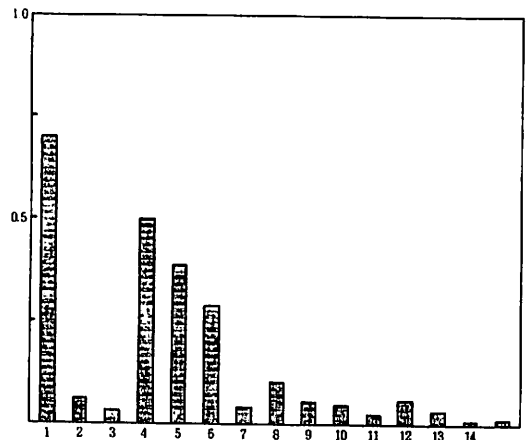


Fig. 3-2 Harmonic spectrum of the second factor for oboe.

IV 考察と結語

(1) 第1因子ベクトルについて

精度をおとした粗いイメージで第1因子ベクトルを中心に考察を加えたい。

Table 4～6に、各楽器種ごとに、各因子のスコア、すなわち、倍音空間における各因子ベクトルの倍音方向成分の値を示す。これらの値を3桁精度をおとして考察すると、前報と同じように、第1倍音より第10倍音までの倍音ベクトルが張る10次元倍音空間で考えてもよいと思われる。この倍音空間内のトランペットの第1因子ベクトルを f_1^T 、同様に、フルートおよびオーボエについて f_1^F と f_1^O とする。一方、Table 1～3に示されている第1因子の因子負荷をみると、 f_1^T を中心軸とし、この軸に対する正射影が0.80である単位ベクトルらを作る円錐の中に含まれているベクトルが、トランペットの音に対応する。フルートについては、 f_1^F を中心軸とし、これに対する正射影が0.97である単位ベクトルらを作る円錐、また、オーボエについては、 f_1^O を軸とし、この軸に対して正射影が0.64の単位ベクトルらを作る円錐内領域が対応する。ところが、これら第1因子ベクトルらの相関を計算すると、フルートとトランペット間で0.71、フルートとオーボエ間で0.46、また、トランペットとオーボエ間で0.93である。以上をまとめて言うと、フルート領域はかなり鋭い円錐、オーボエは比較的広がった円錐領域、そしてトランペットについては両者の中間程度の広がりをもつ円錐領域が対応するものと一応考えられる。そして、オーボエ領域とトランペット領域はかなり重なりあっているようである。フルート領域は他の二者の領域と重なりは全くない。また、フルートとトランペットでは、第1因子の寄与が圧倒的に大きいとみられるので、それぞれの音色を同定するよい指標になるものと思われる。オーボエでは、第1因子寄与は両者に比して小さい。

(2) 第2斜交因子ベクトルについて

利用した主成分分析法では、互いに直交する因子を求めているので、第1因子ベクトル以外の他の因子ベクトルはどれかの成分値が負の値をもち、倍音空間の第1象限以外に含まれている。これら因子ベクトルの負の成分値を正の値にしても、対

応する倍音の位相を π だけずらすことであり、音色はこうした位相のずれには関係しないことに着目して、第1因子以外の他のベクトルの負成分値を正值に変換した第1象限内のベクトルが、第1因子と斜交する第2因子として採用することが可能であるか検討してみた。第一因子ベクトルを f_1 とし、採用したい第2斜交因子ベクトルを f_2' とする。 f_1 は前述した変量ベクトルを含む円錐領域内の中心軸であるので、 f_1 と f_2' 以外の他の因子ベクトルも必ず要求されるが、これらの寄与が小さければ近似的にすべての変量ベクトルが f_1 と f_2' に従属するものとみてよい。こうした仮定にたって、斜交第2因子の採用に際して、次の2つの条件を判断基準とした。

- ① f_2' は前述した f_1 を中心とする円錐領域の外に存在すること。
- ② 変量ベクトルを $Z_i = (Z_{i1}, Z_{i2}, \dots, Z_{i26})$ とし、次の行列式を計算する。

$$D = \begin{vmatrix} (f_1 \cdot f_1) & (f_1 \cdot f_2') \\ (f_2' \cdot f_1) & (f_2' \cdot f_2') \end{vmatrix}$$

$$D_i = \begin{vmatrix} (f_1 \cdot f_1) & (f_1 \cdot f_2') & (f_1 \cdot Z_i) \\ (f_2' \cdot f_1) & (f_2' \cdot f_2') & (f_2' \cdot Z_i) \\ (Z_i \cdot f_1) & (Z_i \cdot f_2') & (Z_i \cdot Z_i) \end{vmatrix} \quad i = 1, 2, \dots, 26$$

これらの行列について、Dに比して、すべての D_i がきわめて小さいこと。

選択された第2斜交因子は、トランペットについては、Table 4.で示した第6因子、フルートについては、Table 5.で示した第4因子、オーボエについては、Table 6.で示した第2因子ベクトルを前述した要領で第1象限内に変換したものである。これらを第1因子とともに倍音スペクトルとして、Fig. 1-1, ……Fig. 3-2に示す。選ばれた斜交因子は、フルートおよびトランペットについては、次に選ばれるべき因子に比して寄与がかなり大きいものと思われるが、オーボエについては、同じことは言えない。このことは、 f_1 と f_2' の線形結合で変量ベクトルを近似的に作ることを試みその結果からも判断される。因みに、何れの場合にも、第9番目の変量について、判断基準で言及したDと D_9 の値を示すと、

フルート : D = 0.933 $D_9 = 0.054$

トランペット : $D = 0.989$ $D_0 = 0.005$

オーボエ : $D = 0.662$ $D_0 = 0.225$

オーボエについて、 f_1 と f_2' 以外に相応の大きさの寄与をもつ他因子を要求することを示す例としてあげた。前に、トランペットとオーボエの音色領域はかなり重なるようにみえると言ったが、トランペットの場合、 f_1 を中心とする円錐領域を考えるより、 f_1 と f_2' が作る平面に垂直な方向には広がり小さくなった、中心軸に垂直に切った断面がかなり偏平である楕円錐を考えた方が適切で、両者の領域の重なりはあまり大きなものではないと推察される。

かなり粗い推論で、なお他因子を求める試みや別な方法で因子を求めてみる問題は残ると思うが、因子数がかかり絞りこめるようなので、発音機構の異なる他楽器音について分析してみることも興

味がある。

謝 辞

資料の収集および電算機による計算に大きな助力をうけた井上園市教諭に厚く感謝いたします。

参考文献

- (1) 芝祐順「因子分析法」, 東京大学出版会
Comrey, A.L., "First Course in Factor Analysis", Academic Press (1973)
- (2) 山口喜七郎, 屋良朝夫, 琉球大学教育学部紀要, 第26集 第2部 p5-12 (1983)
- (3) 井上園市, 「楽器音の波形解析による音色の分析」(教育学部理科課題研究)(1983)