第５章　「小国開放経済における政府支出の最適構造」

１．はじめに

小国開放経済における、財政収支、経常収支、貿易収支の動学的最適化分析が徳島（1996, 1997a, 1997b, 1998）によって分析されたが、政府支出は分析の目的上１種類とした。効用関数と生産関数に同じ変数として導入されていたのだが、本来は同じ政府支出でも異なるタイプとすべきであろう。すなわち効用関数に導入される政府支出は個人の生活環境に影響するタイプであり、生産関数に導入されるそれは産業基盤に影響するタイプである。我々は前者を政府消費、後者を政府投資と呼ぶことにする。すなわち政府支出を２つのタイプに分類する。成長する経済における理想的な公的資本ストック形成過程は、最初に産業基盤への投資に重点を置き、次に生活環境のための投資に重点を移し、その後両方のバランスをとるというものであるが、我々のモデルでは政府支出は公的資本ストックを形成せず、フローの公共サービスと仮定している。それがどのような構成で提供されるのが動学的に最適であるか、すなわち政府支出の中の政府消費と政府投資の動学的に最適な構成比率を分析することが本論文の目的である。小国開放経済のモデルにおいて、社会的最適（パレート最適）の見地から、投資の調整費用が存在しないケースと、それが存在するケースについて、経常収支と貿易収支の動学的最適化分析も含めて、その点について分析する。論文の進め方としては、第２節でモデルについて説明し、第３節で投資の調整費用が存在しないケースを分析し、第４節ではそれが存在するケースを分析し、第５節で結論をまとめることにする。

2．モデル

本論文においては社会的最適（パレート最適）の見地からの動学的最適化分析を行う。中央計画当局が第０期（今期）における民間非銀行部門における代表的家計の厚生を、制約条件の下で最大化することを仮定する。代表的家計の瞬時的効用関数は

(2.1) $u_t = u(c_t,\ (1-\rho_t)g_t)$

である。ただしこの効用関数は加法分離的である。c_t は消費である。g_t は政府支出であり、$1-\rho_t$ $(0 \leq 1-\rho_t \leq 1)$ は政府消費比率なので、$(1-\rho_t)g_t$ は政府消費である[1]。右下の添字 t は時間を示している。この効用関数は非負であり、強い凹関数であって

$$0 < u_1,\ u_2 \qquad u_{11},\ u_{22} < 0$$

$$\begin{vmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{vmatrix} = u_{11}u_{22} - u_{12}u_{21} > 0 \qquad ,\ u_{12} = u_{21} = 0$$

を仮定する[2]。また

$$\lim_{c \to 0} u_1 = \lim_{\rho \to 1} u_2 = +\infty\ , \quad \lim_{c \to +\infty} u_1 = \lim_{(1-\rho)g \to +\infty} u_2 = 0$$

も仮定する。無限期間モデルを仮定すると、代表的家計の厚生は、それの消費と政府消費の効用の総現在価値となり

(2.2) $\displaystyle\int_0^{\infty} u(c_t,\ (1-\rho_t)g_t)e^{-\theta t}dt$

となる。θ は時間選好率あるいは主観的割引率であり、所与の正の値をとると仮定する。制約条件は、対外債務ストックと資本ストックの各々と、フローの変数の関係を示す式であり、

(2.3) $\dot{F}_t = c_t + i_t + g_t + \theta F_t - f(k_t,\ \rho_t g_t,\ A)$

(2.4) $\dot{k}_t = i_t$

である。財政収支均衡を仮定している。F_t は対外債務ストック、k_t は資本ストックであり、対外取引は対外債務ですべて決済される。小国の仮定より自国利子率と外国利子率は等しく、また θ と等しいと仮定する。i_t は純投資であり、A は技術レベルを示す所与のパラメターであり、$\rho_t(0 \leq \rho_t \leq 1)$ は政府投資比率で $\rho_t g_t$ は政府投資である。$f(k_t, \rho_t g_t, A)$ は生産関数で国内純正産（NDP）に相当する。これについては

$$0 < f_1, f_2, f_3 \quad, f_{11}, f_{22}, f_{33} < 0 \quad, 0 < f_{12} = f_{21}, f_{13} = f_{31}, f_{23} = f_{32}$$
$$\lim_{k \to 0} f_1 = +\infty \quad, \lim_{k \to +\infty} f_1 = 0$$

を仮定する[3]。

本論文における動学的最適化の分析は、以下のようにまとめられる。

$$\max \int_0^\infty u(c_t, (1-\rho_t)g_t)e^{-\theta t}dt$$
$$s.t. \ \dot{F}_t = c_t + i_t + g_t + \theta F_t - f(k_t, \rho_t g_t, A)$$
$$s.t. \ \dot{k}_t = i_t$$
$$k_0, A \geq 0, 0 < \theta < 1, F_0, given$$
$$c_t, i_t, g_t, k_t \geq 0, 0 \leq \rho_t \leq 1, for \ all \ t$$

ただし投資の調整費用が存在するケースでは、対外債務の制約式の純投資に投資の調整費用が加わる。制御変数は c_t, i_t, g_t, ρ_t であり、状態変数は F_t, k_t である。各変数は1人当たりのものであり、人口成長は仮定せず、今期（第0期）の人口を1とする。また以下の分析では特に必要を認めない限り、右下の添字 t は省略する。

3. 投資の調整費用が存在しないケース

このケースにおけるハミルトニアンは、$-\lambda$, β を共役変数とすると

$$H = u(c,\ (1-\rho)g) - \lambda\{c+i+g+\theta F - f(k,\ \rho g,\ A)\} + \beta i$$

である。最適のための条件は

(3.1) $\quad \dfrac{\partial H}{\partial c} = u_1 - \lambda = 0 \qquad\qquad \therefore u_1 = \lambda$

(3.2) $\quad \dfrac{\partial H}{\partial i} = -\lambda + \beta = 0 \qquad\qquad \therefore \lambda = \beta$

(3.3) $\quad \dfrac{\partial H}{\partial g} = (1-\rho)u_2 - \lambda + \lambda\rho f_2 = 0 \qquad\qquad \therefore u_2 = \dfrac{\lambda(1-\rho f_2)}{1-\rho}$

(3.4) $\quad \dfrac{\partial H}{\partial \rho} = g(\lambda f_2 - u_2)\begin{Bmatrix} > \\ = \\ < \end{Bmatrix} 0 \Leftrightarrow \begin{Bmatrix} \rho = 1 \\ 0 < \rho < 1 \\ \rho = 0 \end{Bmatrix}$

(3.5) $\quad \dot{\lambda} = \lambda\theta + \dfrac{\partial H}{\partial F} = \lambda\theta - \lambda\theta = 0 \qquad\qquad \therefore \lambda = const.$

(3.6) $\quad \dot{\beta} = \beta\theta - \dfrac{\partial H}{\partial k} = \beta\theta - \lambda f_1$

(3.7) $\quad \lim_{t\to\infty}(-\lambda F)e^{-\theta t} = 0$

(3.8) $\quad \lim_{t\to\infty}\beta k e^{-\theta t} = 0$

となる。(3.5) より λ が一定なので、(3.1) より消費の限界効用 (u_1) が一定となり、c は一定である。また (3.2), (3.5), (3.6) より

$$\dot{\beta} = \beta\theta - \beta f_1 = \beta(\theta - f_1) = 0$$

となり

$$f_1 = \theta$$

となるので、資本ストックの横断面の条件 (3.8) も考慮すると k と ρg は一定となる。よって (2.4) より i はゼロとなる。

ρ については、(3.4) のようなバンバン制御問題となるが、

$$\frac{\partial^2 H}{\partial \rho^2} = g^2 u_{22} + \lambda g^2 f_{22} = g^2(u_{22} + \lambda f_{22}) < 0$$

となるので、H は ρ については凹関数となり、ρ は0より大きく1より小さい範囲に一意に定まり、

$$\text{(3.4')} \quad \frac{\partial H}{\partial \rho} = g(\lambda f_2 - u_2) = 0 \Leftrightarrow 0 < \rho = \rho^* < 1$$

となる。ρ^* は ρ の最適値である。このケースにおける政府消費と政府投資の動学的に最適な構成比率は一定である。それゆえ ρg が一定なので g も一定となり、(3.3) より政府消費の限界効用 (u_2) も一定となる。以上の結果をまとめると

$$c,\ \lambda,\ \beta,\ \rho,\ k,\ g = const., i = 0$$

となる。

次にこれらの結果を用いて、経常収支と貿易収支の動学的最適化分析を行う。経常収支 (CA_t) と貿易収支 (TB_t) は

$$CA_t = -\dot{F}_t = f(k_t,\ \rho_t g_t,\ A) - c_t - i_t - g_t - \theta F_t$$
$$TB_t = f(k_t,\ \rho_t g_t,\ A) - c_t - i_t - g_t$$

となる。経常収支の式より

$$\dot{F}_t = -TB_t + \theta F_t$$

として両辺を積分すると、対外債務ストックの横断面の条件 (3.7) を用いて

$$\text{(3.9)} \quad F_0 = \int_0^\infty TB_t e^{-\theta t} dt$$

が求められる。k_t, ρ_t, c_t, g_t が一定で i_t がゼロであるので、TB_t は一定の値となり、$0 < TB_t$ のとき累積貿易黒字が無限大となり、$TB_t < 0$ のとき累積

貿易赤字が無限大となる。よって（3.9）と対外債務ストックの横断面の条件（3.7）より

$$TB_t = TB_0 = 0,\ F_0 = 0$$

となり、今期（第０期）以前から一貫して経常収支も貿易収支も均衡している状態が社会的に最適（パレート最適）である。

また、技術レベル（A）の違いによる本節の定性的結論に対する影響はないが、それが高いほど政府消費の限界効用（u_2）は低下する。

4．投資の調整費用が存在するケース

このケースにおけるハミルトニアンは、$-\lambda,\ \lambda q$ を共役変数とすると

$$H = u(c,\ (1-\rho)g) - \lambda\{c + i[1+\phi] + g + \theta F - f(k,\ \rho g,\ A)\} + \lambda q i$$

である。ϕ は投資の調整費用であり、

$$\phi = \phi(i/k),\ \phi(0) = 0,\ 0 < \phi',\ \phi''$$

である。最適のための条件は

(4.1) $$\frac{\partial H}{\partial c} = u_1 - \lambda = 0 \qquad \therefore u_1 = \lambda$$

(4.2) $$\frac{\partial H}{\partial i} = -\lambda\{[1+\phi] + \frac{i}{k}\phi'\} + \lambda q = 0 \qquad \therefore q = 1 + \phi + \frac{i}{k}\phi'$$

(4.3) $$\frac{\partial H}{\partial g} = (1-\rho)u_2 - \lambda(1-\rho f_2) = 0 \qquad \therefore u_2 = \frac{\lambda(1-\rho f_2)}{1-\rho}$$

(4.4) $$\frac{\partial H}{\partial \rho} = g(\lambda f_2 - u_2)\begin{Bmatrix} > \\ = \\ < \end{Bmatrix}0 \Leftrightarrow \begin{Bmatrix} \rho = 1 \\ 0 < \rho < 1 \\ \rho = 0 \end{Bmatrix}$$

(4.5)　$\dot{\lambda} = \lambda\theta + \dfrac{\partial H}{\partial F} = \lambda\theta - \lambda\theta = 0 \qquad \therefore \lambda = const.$

(4.6)　$(\lambda^{\cdot} q) = \lambda q\theta - \dfrac{\partial H}{\partial k} = \lambda\{q\theta - f_1 - \left(\dfrac{i}{k}\right)^2 \phi'\}$

(4.7)　$\lim_{t\to\infty}(-\lambda F)e^{-\theta t} = 0$

(4.8)　$\lim_{t\to\infty}(\lambda qk)e^{-\theta t} = 0$

となる。(4.5) より λ が一定なので、(4.1) より消費の限界効用 (u_1) が一定となり、c は一定である。

ρ については、(4.4) のようなバンバン制御問題となるが、

$$\frac{\partial^2 H}{\partial \rho^2} = g^2 u_{22} + \lambda g^2 f_{22} = g^2(u_{22} + \lambda f_{22}) < 0$$

となるので、H は ρ については凹関数となり、ρ は 0 より大きく 1 より小さい範囲に一意に定まり

(4.4′)　$\dfrac{\partial H}{\partial \rho} = g(\lambda f_2 - u_2) = 0 \Leftrightarrow 0 < \rho = \rho^* < 1$

となる。ρ^* は ρ の最適値である。このケースにおける政府消費と政府投資の動学的に最適な構成比率は一定である。

λ が一定なので (4.6) より

$$(\lambda^{\cdot} q) = \lambda \dot{q} = \lambda\left\{q\theta - f_1 - \left(\frac{i}{k}\right)^2 \phi'\right\}$$

となり、

(4.9)　$\dot{q} = q\theta - f_1 - \left(\dfrac{i}{k}\right)^2 \phi'$

が求められる。g を一定と仮定して[4)]、i, k, q の関係を分析する[5)]。ただしこの仮定は ρ についての結論に影響しない。(4.2) より

(4.10)　$q = \phi\left(\frac{i}{k}\right),\ \phi(0) = 1, 0 < \phi'$[6]

の関数を定義する。この逆関数を $i/k = \varphi(q)$ と定義すると

(4.11)　$\dot{k} = i = k\varphi(q),\ \varphi(1) = 0, 0 < \varphi'$

となる。またこの式を (4.9) へ代入して

(4.9′)　$\dot{q} = q\theta - f_1 - \varphi(q)^2\phi'$

となる。i, k, q の関係は (4.11) と (4.9′) の連立微分方程式の位相図を描くことで明らかになる。定常状態 $(dk/dt = dq/dt = 0)$ においては

$$q^* = 1,\ \theta = f_1(k^*, \rho^* g^*, A)$$

となり、この近傍の状態を分析する。上付き添字＊は均衡値を意味する。

$$\dot{k} = k\varphi(q) = F(k, q) = 0$$
$$\dot{q} = q\theta - f_1 = G(k, q) = 0$$

とおくと

$$\left.\frac{dq}{dk}\right|_{\dot{k}=0} = -\frac{F_k}{F_q} = -\frac{\varphi(q)}{k\varphi'(q)} = -\frac{\varphi(1)}{k^*\varphi'(1)} = 0$$
$$\left.\frac{dq}{dk}\right|_{\dot{q}=0} = -\frac{G_k}{G_q} = -\frac{-f_{11}}{\theta} = \frac{f_{11}(k^*, \rho^* g^*, A)}{\theta} < 0$$

となる。右下の添字はその変数による偏導関数であることを示している。これより図４－１のような鞍点の位相図が描かれる。また代数的に分析しても、線形近似の式が

$$\begin{bmatrix} \dot{k} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & k^*\varphi'(1) \\ -f_{11}(k^*, \rho^* g^*, A) & \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k - k^* \\ q - 1 \end{bmatrix}$$

となり、トレースを tr、係数行列式を Δ とおくと

$$tr = \theta > 0,\ \Delta = k^{*}\varphi'(1)\ f_{11}(k^{*},\ \rho^{*}g^{*},\ A) < 0$$

となるので鞍点が確認できる。資本ストックの横断面の条件 (4.8) より、動学的に最適な経路は収束経路である。これをもとに経常収支（CA_t）と貿易収支（TB_t）の動学的最適化分析を行う。前節同様に

$$CA_t = -\dot{F}_t = f(k_t,\ \rho_t g_t,\ A) - c_t - i_t\left[1+\phi_t\right] - g_t - \theta F_t$$

$$TB_t = f(k_t,\ \rho_t g_t,\ A) - c_t - i_t\left[1+\phi_t\right] - g_t$$

と定義され

$$\dot{F}_t = -TB_t + \theta F_t$$

とおくと、(3.9) の

$$(3.9) \qquad F_0 = \int_0^{\infty} TB_t e^{-\theta t} dt$$

が求められる。この式は対外債務の初期値（F_0）により貿易収支の動学が制約されることを意味しており、対外債務ストックの横断面の条件 (4.7) が満足されることが前提になっている。さて、貿易収支を

$$TB_t = \{f(k_t,\ \rho_t g_t,\ A) - i_t[1+\phi_t]\} - (c_t + g_t)$$

とおくと、右辺の第１項と第２項の差となる。第２項は c と g が一定より一定となるので、貿易収支の動学分析を行うには、第１項と資本ストック（k）の関係を考慮すればよい。我々は成長する経済を前提としているので、資本ストックの初期値（k_0）がその均衡値（k^{*}）より小さい（$k < k^{*}$）経済を仮定する。この経済が最適経路上を移行すると、資本ストックが増加して純投資（i）が正のケースになる。このケースでは第１項は単調に増加する[7]。それゆえ動学的に最適な貿易収支は図４－２に示すように赤字から黒字となる。

対外債務の初期値（F_0）によるこの定性的結論への影響はない。経常収支の最適動学は直接的にこのモデルからは分析できないが、貿易収支のそれから推測すると、時間の経過に従って改善（赤字の減少・黒字の増加）されると考えられる。ただし、当初の対外債権ストック（$F_0 < 0$）が過大であっても、当初から経常収支は赤字であり、やがて黒字となる。

また技術レベル（A）の違いによる定性的結論と政府消費の限界効用への影響は前節同様である。

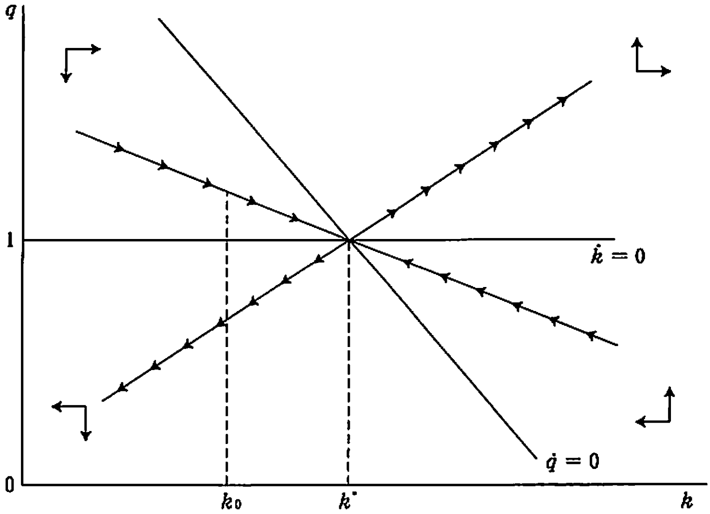

図４－１

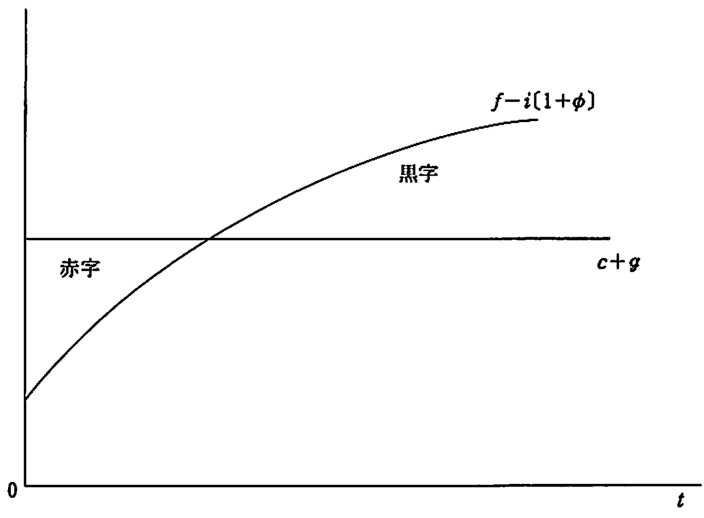

図４－２

5．おわりに

本論文の分析の結果、政府支出が公的資本ストックを形成せず、フローの公共サービスとして提供されると仮定した場合には、政府消費と政府投資の動学的に最適な構成比率は一定となることがわかった。理想的な公的資本ストック形成過程と矛盾するような結論であるが、ストックとフローの違いに関係しているのであろうか。すなわち一定のフローのサービスを提供するためにストックが変化するのであろうか。この点については別の機会に分析することにする。また、経常収支と貿易収支の最適動学に対する構成比率の影響がないことは、それが一定であることから自明である。

注

1）本論文のモデルは合成財のモデルであり、民間部門と政府部門の供給する財は同質である。

2）$u_1 = \partial u/\partial c_t$, $u_2 = \partial u/\partial\{(1-\rho_t)g_t\}$, $u_{12} = \partial^2 u/\partial\{(1-\rho_t)g_t\}\partial c_t$

$u_{21} = \partial^2 u/\partial c_t \partial\{(1-\rho_t)g_t\}$, $u_{11} = \partial^2 u/\partial c_t^2$, $u_{22} = \partial^2 u/\partial\{(1-\rho_t)g_t\}^2$

である。

3）$f_1 = \partial f/\partial k_t$, $f_2 = \partial f/\partial(\rho_t g_t)$, $f_3 = \partial f/\partial A$

$f_{11} = \partial^2 f/\partial k_t^2$, $f_{22} = \partial^2 f/\partial(\rho_t g_t)^2$, $f_{33} = \partial^2 f/\partial A^2$

$f_{12} = \partial^2 f/\partial(\rho_t g_t)\partial k_t$, $f_{21} = \partial^2 f/\partial k_t \partial(\rho_t g_t)$

$f_{13} = \partial^2 f/\partial A \partial k_t$, $f_{31} = \partial^2 f/\partial k_t \partial A$

$f_{23} = \partial^2 f/\partial A \partial(\rho_t g_t)$, $f_{32} = \partial^2 f/\partial(\rho_t g_t)\partial A$

である。

4）このケースにおける恒常的政府支出と恒常的税収が等しい財政収支均衡は、最適財政収支動学の1パターンである。徳島 (1997b) 参照。

5）以下の分析方法は Blanchard and Fischer (1989) chap.2 を参照。

6）$\psi' = 2\phi' + (i/k)\phi''$ となり、$0 < \phi', \phi''$ であるので正となる。

7）i が正のケースでは、$\partial\phi/\partial k = -\phi' i/k^2 < 0$, $\partial\phi/\partial i = \phi'/k > 0$ より、$\partial i/\partial k = (\partial i/\partial\phi)(\partial\phi/\partial k) < 0$ であり、k の増加により i と ϕ は減少する。そして ρ, g, A が一定なので、第１項は単調に増加することになる。

参 考 文 献

足立英之（1994）『マクロ動学の理論』有斐閣

井堀利宏（1996）『公共経済の理論』有斐閣

岩井克人・伊藤元重編（1994）『現代の経済理論』東京大学出版会

大和瀬達二（1987）『経済学におけるダイナミカルシステムの理論』税務経理協会

奥野信宏（1988）『公共経済』東洋経済新報社

小野善康（1992）『貨幣経済の動学理論』東京大学出版会

河合正弘（1994）『国際金融論』東京大学出版会

齋藤　誠（1996）『新しいマクロ経済学』有斐閣

須田美矢子編（1992）『対外不均衡の経済学』日本経済新聞社

大東一郎（1996）『内生的経済成長の基礎理論』三菱経済研究所

竹中平蔵・小川一夫（1987）『対外不均衡のマクロ分析』東洋経済新報社

津曲正俊（1993）『経済成長理論の新展開』三菱経済研究所

徳島　武（1996）「小国開放経済の新古典派成長モデルにおける財政収支、経常収支そして貿易収支の動学分析：定額一括税と動学的最適化」『琉球大学経済研究』第52号，313－328

――――（1997a）「小国開放経済の内生的成長モデル（バロー・モデル）における、財政収支、経常収支、そして貿易収支の動学分析：定額一括税と動学的最適化」『琉球大学経済研究』第53号，221－236

――――（1997b）「内生的成長モデル（ローマー＝バロー・モデル）における３収支の動学的最適化分析」『琉球大学経済研究』第54号，21－37

――――（1998）「資本の限界生産力と最適貿易収支動学」『琉球大学経済研究』第56

号，93－108

西村清彦（1990）『経済学のための最適化理論入門』東京大学出版会

羽森茂之（1996）『消費者行動と日本の資産市場』東洋経済新報社

村田安雄（1990）「経常収支変動の異時点分析－無限期間モデル－」『関西大学経済論集』第40巻第1号，51－76

———（1994）『現代マクロ経済学（新版）』有斐閣

———（1998）『動的経済システムの最適制御』関西大学出版部

山口利夫（1994）『最適成長理論とカオス動学の基礎』三菱経済研究所

Barro, R. J. (1974) "Are government bonds net wealth?", *Journal of Political Economy* 82 (6), 1095-1117

——— (1990) "Government spending in a simple model of endogenous growth", *Journal of Political Economy* 98, s103-125

——— and X., Sala-i-Martin (1990) "Public finance in models of economic growth", *NBER Working Paper* No.3362

——— and ——— (1995) *Economic Growth*, McGraw-Hill

Bazdarich, M. J. (1978) "Optimal growth and stages in the balance of payments", *Journal of International Economics* 4, 425-443

Blanchard, O. J. and S. Fischer (1989) *Lectures on Macroeconomics*, MIT Press

Devereux, M. B. and S.Shi (1991) "Capital accumulation and the current account in a two-country model", *Journal of International Economics* 30, 1-25

Frenkel, J. A. and A. Razin (1992) *Fiscal Policies and the World Economy second. ed.*, MIT Press

Hayashi, F. (1982) "Tobin's marginal q and average q: a neoclassical interpretation", *Econometrica* 50 (1), 213-224

Kamin, M. I. and N.L. Schwartz (1991) *Dynamic Optimization second. ed.*, North-Holland

Karayalcin, C. (1994) "Adjustment costs in investment, time preferences, and the current account", *Journal of Internatinal Economics* 37, 81-95

Lucas, R. E., Jr (1988) "On the mechanics of economic development", *Journal of Monetary Economics* 22, July 3-42

Matsuyama, K. (1987) "Current account dynamics in a finite horizon model", *Journal of International Economics* 23, 299-313

Petit, M. L. (1990) *Control Theory and Dynamic Games in Economic Policy Analysis*, Cambridge University Press

Pitchford, J. (1995) *The Current Account and Foreign Debt*, Routledge

Romer, P. (1986) "Increasing returns and long-run growth", *Journal of Political Economy* 94 (5), 1002-1037

Sala-i-Martin, X. (1990) "Lecture notes on economic growth (II): five prototype models of endogenous growth", *NBER Working Paper* No.3564

Serven, L. (1995) "Capital goods imports, the real exchange rate and the current account", *Journal of International Economics* 39, 79-101

Turnovsky, S. J. (1995) *Methods of Macroeconomic Dynamics*, MIT Press

——— (1996) "Fiscal policy, growth, and macroeconomic performances in a small open economy", *Journal of International Economics* 40, 41-66

——— and W. H. Fisher (1995) "The composition of government expenditure and its consequences for macroeconomic performance", *Journal of Economic Dynamics and Control* 19, 747-786

Van der Ploeg, F. (ed.) (1994) *The Handbook of International Macroeconomics*, Basil Blackwell